REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

Plana. IV. 3

EUSTACHII MANFREDIJ
BONONIENSIS
SCIENTIARUM INSTITUTI
ASTRONOMI
DE ANNUIS INERRANTIUM
STELLARUM
ABERRATIONIBUS.

Ad Eminentiſſimum, ac Reverendiſſimum

JO: ANTONIUM
DE VIA
S. R. E. CARDINALEM.

ACCADEMIA
R. DELLE SCIENZE
DI TORINO

BONONIÆ MDCCXXIX.
Typis Conſtantini Piſarri S. Inquiſitionis Impreſſoris, ſub Signo
S. MICHAELIS. *Superiorum permiſſu.*

Vidit D. Joſeph Antonius Aquaroni Clericus Regular. S. Pauli, & in Eccleſia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro Eminentiſſimo, & Reverendiſſimo Domino D. Jacobo Cardinali Boncompagno Epiſcopo Albanenſi, Archiepiſcopo Bononiæ, ac S. R. I. Principe.

Die vigeſima Menſis Maii 1729.

De Mandato Reverendiſſimi Patris Inquiſitoris ego infraſcriptus S. Officii Reviſor ordinarius legi Librum De annuis inerrantium Stellarum aberrationibus *Auctore Excellentiſs. Domino Euſtachio Manfredio, & in eo nihil contra Fidem obſervavi, aut contra bonos mores. Quamobrem, ſi ità videbitur Paternitati veſtræ Reverendiſſimæ imprimi poſſe cenſeo.*

Ego Hieminyanus Rondelli Sanctiſſimæ Inquiſitionis Reviſor Ordinarius.

Die 30. Maii 1729.

Stante atteſtatione ut ſupra.

Imprimatur.

Fr. Paulus Hieronymus Gallaratus Inquiſitor Generalis Bononiæ.

DE ANNUIS INERRANTIUM STELLARUM ABERRATIONIBUS.

Ad Eminentiſſimum, ac Reverendiſſimum

JOANNEM ANTONIUM DE VIA

S. R. E. CARDINALEM.

QUod in veteri Aſtronomia inſolens fuerat, ac inauditum, id certiſſimis Recentiorum experimentis compertum eſt: nonnullas eſſe Stellas, ex earum cenſu, quæ fixæ, aut inerrantes appellantur, quibus Stellis exiguæ ſanè, ſed conſtantes, atque annuæ contingant motuum viciſſitudines. Fecit autem paucarum obſervatio ut eadem de cæteris apud Aſtronomos ſuſpicio invaleſceret; neque ulla ferè eſt hodie æquè celebris, ac clariſſimorum Virorum ſtudiis æquè agitata inveſtigatio. Sed quæ hujuſcemodi errorum ſint cauſſæ & difficile dictu eſt, & eò ſaltem uſque differendum videtur, quouſque de ipſa re tota ſatis ab obſervationibus ſit conſtitutum. Sunt tamen nonnulli, qui cum illas Stellarum evagationes ſtatis anni temporibus recurrere animadvertant, minimè dubitandum exiſtiment quin ea res ad annuum, quem Telluri cum Copernico tribuunt, motum pertineat, atque adeo vel hoc ipſo indicio detectum, demon-

ſtratumque verum Mundi ſyſtema deprædicent, in quo tamen decipi proclive eſt, labante Copernicano Syſtemate unà cum argumentis, quibus illi ſuffultum arbitrantur, id quod in hoc ipſo opere demonſtraturum me eſſe confido. Neque verò ut Telluri motum decernamus ſat eſt cujuſpiam ex inerrantibus Stellis poſitum alio anni tempore alium reperiri; neceſſe eſt præterea ut errores hi & iis temporibus, & in eas plagas, & ea proportione contingant, quam motus illius ratio poſtulat. Id ipſum autem pervidere, ac de eo judicium ferre interdùm nonnihil eſt difficile; quæ enim ea ſint tempora, quæ plagæ, quæ proportio nemo hactenùs Aſtronomorum (ut in re nova) juſta aliqua tractatione videtur exſecutus. Nam quæ Vir ſummus Jacobus Caſſinus de hoc argumento edidit in commentariis Regiæ Pariſienſis Academiæ annorum MDCIC, & MDCCXVII eò potiùs ſpectabant ut eorum ſiderum, de quibus illi quæſtio eſſet, anomalias expenderet, quàm ut de omnibus in universùm ſtatueret. Id ego cum animadverterem theoremata nonnulla ante annos novem excogitavi, quibus aberrationum illarum (ſive annuarum, ut vocant, parallaxeon) leges præcipuas complexus ſum, quę aberrationes ex ea, quam Copernici Sectatores ſtatuunt, cauſſa exiſtere poſſent, ſi nempe Tellus in orbe annuo Solem circumiret. Triennio poſt, anno ſcilicet MDCCXXII, cum otii nonnihil nactus eſſem, haud pauca, quæ deerant ſupplevi, atque omnia in opuſculum compegi. Deinde rationes inveſtigavi, quibus & aberrationes hujuſce generis, ſi quæ ſint, commodiſſimè deprehendi, & ad illa theoremata, quaſi ad criteria quædam, perfacilè exigi queant; ejuſque methodi in obſervationibus, quæ a Viris celeberrimis, nonnullæ etiam a meipſo, habitæ ſunt, periculum feci, quæque exinde colligerentur eidem opuſculo adjeci. Etſi verò aberrationes, quę obſervatæ ſunt hactenùs, ut plurimùm neque cum parallaxeon ratione, neque cum ulla quapiam mihi comperta hypoteſi conſentire perſpexi, nonnullum tamen operæ pretium facturum me credidi, ſi methodum meam vulgarem, quò & aliis proprias obſervationes ad eam methodum expendere liceret, & eò faciliùs in ipſas tam miri phænomeni cauſſas, quas mihi obſcuras eſſe fateor, inquirere. Cur autem hocce opuſculum Tibi præſertim inſcriptum, nuncupatumque voluerim

rim (JOANNES ANTONI DE VIA CARDINALIS AMPLISSIME) non una me impulit cauſſa . Primùm quod de rebus, quæ in eo pertractantur, Tu ipſe, ſi quiſquam alius, optimè judicare queas. Scio equidem haud facilè hoc crediturος, qui Te intimè non norunt ; qui cum ad tantam iſtam dignitatem maximis meritis tuis Te evectum agnoſcant; iis equidem ingenii laudibus excellere Te non dubitant, per quas ad hæc honoris faſtigia gradus eſſe ſolet; eas verò facultates, in quibus privatorum ferè hominum ſtudia verſantur, fortaſsè vel non attigiſſe arbitrantur, vel minùs in iis præſtitiſſe. Credent tamen qui vitæ Tuæ rationem, ab ineunte ætate ſuſceptam, ac perpetuò deinceps ſervatam noverunt, nullum ut unquam liberalium ſtudiorum genus a Te alienum putares; nequi adeo ullam, vel inter graviſſima negotia gerenda, vacui temporis particulam elabi ſineres, qua non aliquid ex optimis diſciplinis in ingentem illum memoriæ tuæ theſaurum conferres. Quoties ego Te audivi in illo Ruſſiano ſeceſſu, quò interdum valetudinis cauſſa recipere Te conſueveras, cum eruditiſſimis hominibus (eorum etenim non ex civitate modò noſtra, ſed interdum vel ex finitimis concurſus ad Te fiebat) ita diſſerentem, ut cum alius alia facultate præſtaret, ſinguli in ea Te eminere faterentur, qua ipſi maximè excellerent? In phyſicis verò præſertim, ac mathematicis rebus quantum eſt judicium tuum! Qui & a prima ætate illis potiſſimùm ſtudiis delectatus es: & ita optimos quoſque ejus generis libros (quorum Tibi refertiſſima eſt bibliotheca) contriviſti, ut, me teſte, vix interdum ſæviſſimi chiragræ dolores, quibus cum conflictabaris, eos Tibi e manibus excuterent. Itaque & adoleſcens a Geminiano Montanario, Præceptore Tuo, graviſſimum ejus laudis teſtimonium, quod publicè extat, retuliſti, & vel iſta ætate, iſtiſque tantis occupationibus Tuìs, quàm expectationem illam non fefelleris facilè intelligunt, qui conſuetudine utuntur Tua. Ac ſæpè ego acerrimo ingenio viros, atque ab hiſce diſciplinis mirificè excultos, Franciſcum Zanottum, Antonium Leprottum, Joſephum Antonium Nadium, cum unâ a jucundiſſimis ſermonibus diſcederemus, quos Tibi in illo otio de naturali philoſophia nobiſcum conſerere mos erat, dicere memini: oportere eum, qui tecum

 de

de his diſputet, tam accuratè agere, quàm cum profeſſoribus ſoleat, interdum etiam ex Te auditurum quæ raro ex illis ſoleat. Sed hæc mihi leviter attingenda ſunt, ne qui inſcribendi Tibi operis cauſſas enarrare ſuſcepi, laudandi Tui quæſiviſſe videar; quod planè neque mea facultas ſuſtinet, & natura refugit Tua. Cœleſtis verò philoſophiæ eximium quendam ardorem, ejuſque excolendæ, atque amplificandæ ſtudium, ſilentio præterire non poſſum, quando & hæc mihi altera mittendi ad Te libri eſt cauſſa, & eadem præcipua fuit conſcribendi. Nam cum eorum, quæ de hoc argumento meditabar, ſumma capita Tibi enarraſſem, non modò hortatus es ut id totum ſcriptis mandarem, ſed Aſtronomicam ſpeculam, quam domi ædificandam curaveras, ac Nadio utendam tradideras, quin & domum ipſam, mihi obtuliſti, ubi cum viro amiciſſimo iis obſervationibus operam darem, quæ ad rem hanc illuſtrandam maximè opportunæ forent. Verùm Nadio, dum hæc conſilia agitaremus, vita functo, ſurrexit aliquando, publico munere excitatum Bononienſe obſervatorium, quod & Nobiliſſimi Civis liberalitate aſtronomicis organis inſtructum eſt, & quò inſtructius eſſet, Tuis, e domeſtica ſpecula illuc convectis, effeciſti; ut neque Tua mihi ad hunc qualemcumque laborem ſuſcipiendum auctoritas, neque ad perficiendum ſubſidium uſpiam deeſſet. His conſilii mei cauſſis ſi tertiam addidero a veteri Tua in me beneficentia, ac perpetuo mei, meorumque exornandorum ſtudio, vereor ne ambitiosè agere videar, quaſi ad maxima merita in me Tua libelli inſcriptionem aliquid eſſe putem. Verùm non eò pertinet beneficiorum Tuorum commemoratio ut me quicquam Tibi rependere, aut velle, aut omninò poſſe ſignificem, ſed ut quantùm me debere intelligam declarem; Cum enim non obſcura hominibus ſint præclaræ illius voluntatis in me Tuæ teſtimonia, ea me non modò grato animo recolere, ſed & publicè quàm poſſum maximè, ac ſæpiſſimè profiteri longè eſt honeſtiſſimum. Jam ergo ad rem ipſam aggredior.

CA-

CAPUT PRIMUM.

De Annuarum parallaxeon ſpeciebus diſtinguendis.

1. Propoſitum itaque mihi eſt hoc libro oſtendere, quæ, ac quales apparituræ eſſent inerrantium Stellarum aberrationes ex ea hypoteſi, quòd Tellus annua periodo circa Solem revolvi ponatur, ſi modo tantæ ſint, ut ſenſu percipi nobis poſſint. Ut autem earum ratio tota perſpicuè declaretur, ac quaſi præ oculis ponatur, primo ſchemate ſphæram contemplabimur EHI, in cujus ſuperficiei puncto quovis F *Fig. 1.* una quædam eſt ex iis Stellis, centrum verò ſphæræ in ipſo Solis centro S, atque adeo recta SF ſphæræ eſt ſemidiameter, quæ nonnihil hic obliquè aſpicitur. Si ergo omnes fixas in communi quadam ſuperficie ſphærica verſari arbitramur, erit EHI ipſa fixarum, ſeu firmamenti ſphæra. Sin aliquam eſſe putamus ejus Cœli craſſitudinem, & Stellarum alias aliis à centro remotiores ponimus, cogitandum erit EHI unam aliquam eſſe ex innumeris ſphæris concentricis, quæ craſſitudinem illam conſtituunt. Sed utrumlibet opinemur, eſto in hac ſphæra Eclipticæ circulus ECI, aliquantùm & ipſe obliquè viſus, cujus planum per Solem S tranſit, ſphæramque in æquas portiones dividit. In harum portionum altera EHI polum Eclipticæ eſſe cogitabimus punctum P, & rectam SP eclipticæ axem, hujus plano perpendicularem, in quo ipſo plano jacet orbis RTO, qui à tellure annuo ſpatio percurritur.

2. Etſi autem annuum orbem RTO grandiuſculum exhibemus, quò lineæ in illo, ac puncta quædam diſtingui queant, cogitandum eſt tamen quàm minimam eſſe ejus diametrum, ſi cum diametro ſphæræ EHI conferatur. Copernicus ſanè tam exiguam putavit, ut præ hac puncti inſtar haberet, atque adeo nullam fixarum eſſe parallaxim annuam arbitratus eſt, quæ ſub ſenſum cadat. Nunc poſtquam aliquæ fixarum evagationes annuæ detectæ ſunt, qui has ex illius orbis amplitudine, ac telluris per eum translatione pendere exiſtimant, neceſſe eſt ut paullo majorem ponant, atque earum diametrorum proportionem aſſignabilem eſſe agnoſcant. Sed cum haſce evagationes ipſas quàm minimas eſſe conſtet, intantùm quidem, ut in quàm pluribus Stellis hactenus nullæ inventæ ſint, in aliis vero non niſi exquiſitis obſervationibus detectæ, proportionem illam, quamquàm nondum eſt nota (huic enim ipſi inveſtigandæ hoc tractatu viam ſternimus) maximæ tamen inæqualitatis eſſe fateri cogimur. Sumemus autem poſtulati loco diametrum orbis RTO non majorem eſſe quàm ut ex maximo

ximo ſphæræ EHI circulo arcum ſcrupulorum primorum quatuor ſubtendat; non enim aliter fieri potuiſſe videtur ut Stellarum errores, atque adeo ipſe telluris motus, veterum, nedum recentiorum obſertiones tam diu fefellerit, quemadmodum ex iis, quæ infrà dicemus fiet manifeſtum.

3. Ex hoc porrò facilè ſequitur nullum angulum, qui ad ſphæricam ſuperficiem EHI exiſtat, atque ab aliqua orbis RTO ſemidiametro ſubtendatur, duobus ſcrupulis majorem eſſe poſſe, id quod percommodè in hac indagine accidere apparebit, ſæpe enim horum angulorum (e quorum ſanè contemplatione aberrationum leges pendent) parvitate freti, abſque erroris metu ſummam ſubtilitatem geometricam negligemus, & quod ſub ſenſum cadat tantùm perſequemur; atque hæc etiam nobis eſt cauſa cur veram orbis RTO figuram (quæ ellyptica, aut fere ellyptica eſt, Sole alterum ellypſeos umbilicum occupante) intereà diſſimulemus, eumque orbem veluti circularem, circa Solem S, tamquam centrum, intervallo mediæ ejus à tellure diſtantiæ, deſcriptum, ſpectemus. Tanta eſt enim ſpheræ EHI amplitudo, tam modica autem ejus ellypſeos focorum à centro diſtantia, ut in illis quos memoravi, angulis diſcrimen perexiguum, ac fere contemnendum, efficiat. Sed hoc quoque in loco * accuratiùs declarabimus.

Vide infra art. 94. & ſeqq.

4. Nunc ergo per puncta P, F ductus intelligatur circulus alius maximus PFC, Eclipticam ſecans in punctis e diametro oppoſitis B, & C, qui cum per Eclipticæ polum P tranſeat, ad eam neceſſariò erit rectus. Is eſt circulus, qui ſtellæ F longitudinem definit, eſtque ex eorum numero, qui circuli latitudinum appellantur; punctum verò, ad quod Stella F ſecundùm longitudinem refertur, C, nempe altera e duabus ſectionibus B, C à qua ipſa minus quadrante diſtat, ſeu quæ ad partes anguli acuti FSC occurrit; ipſa autem Stellæ longitudo vera arcus eſt AC, ſi punctum A initio Arietis, vel Libræ reſpondere cogitemus, ſignorumque ordo ex A in C procedat; vera autem Stellæ latitudo arcus CF, & vera ab Eclipticæ polo diſtantia, aut latitudinis complementum FP. Vera inquam illa eſt longitudo, latitudo, ac diſtantia à polo Eclipticæ, quam ſpectator in centro horum circulorum S conſtitutus, nulla perturbante parallaxi, aſpiceret, atque ex angulorum ASC, CSF, PSF quantitate metiretur.

5. Ducatur jam Eclipticæ diameter CSB orbem annuum ſecans in punctis O, R, quorum illud inter C & S, hoc verò ultra S, in CS producta collocatur, eritque CSB communis ſectio plani circuli latitudinis BPC cum plano Eclipticæ ECI. Rectam hanc CSB *Syzygiarum lineam* deinceps appellabimus, quòd, tellure in ea exiſtente, Solis, Stellæque F Syzygiæ contingant. Demiſſo enim ex F ad Eclipticæ planum perpendiculo FL (quod ſanè perpendiculum in communem Eclipticæ ſectionem cum plano BPC, nempe in rectam CSB incidet, anguloſque cum ea FLC, FLB rectos efficiet) quoties tellus in puncto R collocabitur, Stella F Soli S longitudine juncta erit; quandoqui-

quidem tam Sol, quam Stella ex tellure R, & in eodem circulo maximo BPFC, ad Elipticam recto ſpectabuntur, & ad eaſdem partes; cum acutus neceſſariò ſit angulus FRC, quippe acuto FSC minor; eritque & Solis, & Stellæ communis longitudo ex tellure R viſa punctum ipſum Eclipticæ C. Cum autem tellus fuerit in O fiet Stellæ ad Solem oppoſitio; iterum enim Sol & Stella in eodem circulo maximo BPFC, ad Eclipticam recto apparebunt, verùm ad partes oppoſitas; Stella enim F ex O viſa ad punctum Eclipticæ C ut antea referetur, Sol verò ad punctum B, puncto C e diametro oppoſitum; Saltem ſi ponamus punctum L, in quod perpendiculum FL incidit, extra orbem annuum RTO cadere, quemadmodum figura oſtendit, ut adhuc acutus ſit angulus FOL; ita enim diſtantia Stellæ ab Eclipticæ puncto C adhuc quadrante minor apparebit, neque Stellæ longitudo ad B, ſed, ut dixi, ad C ſpectabit, cum interea Sol ad B referatur. Si enim perpendiculùm FL inter puncta duo R, O ſyzygiarum lineam attingeret, paulò aliter res haberet; atque huic Stellæ idem contingeret, quod inferioribus planetis, Veneri, & Mercurio, qui nuſquam Soli opponuntur, ſed bis illi jungi poſſunt: Semel cum Sol inter tellurem, & planetam, ſemel cum planeta inter tellurem & Solem conſtituitur. Sed caſum hunc proſequi ſupervacaneum duxi; nullam enim Srellam tam prope Eclipticæ polum poſitam eſſe conſtat, ut duobus, haud ampliùs, ſcrupulis ab eo diſtet, quod neceſſe eſſet, ut perpendiculum è Stella in Eclipticam demiſſum intra orbem RTO incideret, veluti ex iis intelligitur, quæ articulo tertio diximus.

6. Etſi autem una quædam eſt, & manens pro Stella F ſyzygiarum linea BSC, minimè tamen conſtans eſt puncti C, aut illi oppoſiti B longitudo ab initio Arietis, aut Libræ; nempe conſtans non eſt angulus ASC, quem recta CS cum AS comprehendit, propter Æquinoctiorum præceſſionem, qua fit, ut initium Arietis, ſeù Libræ A, e quo puncto longitudines computantur, ſenſim retrocedat adversùs ſignorum ſeriem. Verùm hunc ipſum puncti A motum (ſanè quam minimum, & ſecunda 51 in annos ſingulos vix emetientem) diſſimulare nunc expedit; quid enim denique ille efficiat, & quatenus Stellarum aberrationes augeat, aut minuat, * poſtmodùm perpendemus. *Vide infra art. 143. 158.*

7. Jam ergo quæ propter annuum in orbe RTO motum nobis e tellure ſpectandæ ſint in Stella aberrationum diverſæ ſpecies contemplemur. Eſto tellus in puncto quovis orbitæ annuæ T, ducanturque rectæ TS, TF, ut triangulum efficiatur FST, cujus tres anguli in fixa, Sole, & tellure exiſtunt. Horum ergo TFS, qui in ipſa eſt fixa, is eſt, quem *parallaxim abſolutam* fixæ, aut ſimpliciter *parallaxim* vocamus; oſtendit enim deviationem rectæ TF, per quam Stella è tellure in T poſita aſpicitur, a recta SF, per quam e Sole ſpectatur: deviationem inquā, ſeù harum rectarum inclinationem abſolutam, neque ad Eclipticam aliosve circulos relatam.

8. Ducatur præterea recta TL, ex tellure ſcilicet ad punctum L, in quod perpendiculum FL incidit. Trianguli igitur FTL planum ad Eclipti-

cam rectum eſt, quando per rectam FL, Eclipticæ plano perpendicularem tranſit. Eapropter perpendicularis Stellæ diſtantia à plano Eclipticæ ſub angulo FTL e tellure ſpectatur, quare angulus FTL latitudo eſt Stellæ e tellure viſa. Vera autem latitudo angulus eſt FSL (*artic.* 4) Ergo veræ, ac viſæ latitudinis differentia, *ſeu parallaxis latitudinis* poſita tellure in T, eſt duorum angulorum FSL, FTL differentia. Hæc quidem nullo certo angulo in figura deſignatur; verùm ſi centro L, intervallo LS deſcribatur in plano Eclipticæ arcus circularis Sh, qui rectam LT ſecet in h, jungaturque hF (quam in ſchemate non duximus) erit angulus TFh ipſa parallaxis latitudinis. Angulus enim FhL (quem facilè patet angulo veræ latitudinis FSL æqualem fore) à viſa latitudine FTL quantitate anguli TFh diſcrepabit.

9. Denique ducta recta Ta, rectæ SA paralella, erit angulus aTL Stellæ F longitudo e tellure T viſa, ab initio Arietis, ſeù Libræ. Hanc enim longitudinem definit recta TL, quæ communis eſt ſectio plani FLT ad Eclipticam recti, per tellurem, Stellamque ducti, cum ipſa Ecliptica; initium verò Arietis, ſeù Libræ (quoties longitudines ex alio puncto quàm e centro Eclipticæ æſtimandæ ſunt) in immenſæ cujuſdam ſphære Ecliptica fingendum eſt, atque in recta SA, eouſque producta ſtatuendum, itaut arcus ejus Eclipticæ, rectis duabus parallellis SA, Ta interceptus, quovis dato minor, & ad ſenſum nullus ſit, quemadmodum in deſignandis planetarum longitudinibus heliocentricis in Tychonica, aut geocentricis in Copernicana hypoteſi facere conſuevimus. Cum ergo vera Stellæ longitudo ſit angulus ASC (*artic.* 4) erit differentia, veræ ac viſæ longitudinis angulorum aTL, ASC differentia, quæ *parallaxis longitudinis* dicitur; eſtque hæc parallaxis angulus ipſe SLT, ut facilè patet ſi notetur punctum i, in quo rectæ TL, SA ſe interſecant; angulus enim veræ longitudinis ASL ab externo AiL, ſive ab aTL, huic æquali, viſam longitudinem metiente, quantitate anguli SLT differt.

Ex his patet aberrationem illam, quæ in plano per Solem, Stellam, & tellurem ducto ſpectatur, parallaxim abſolutam; quæ verò in plano ad Eclipticam recto, per Stellam, & tellurem ducto, latitudinis; quæ demum juxta ipſam Eclipticam, atque in ejus plano, per Solem, ac tellurem tranſeunte, longitudinis eſſe parallaxim. Licet autem hæ parallaxeon ſpecies vix immediatè obſervari poſſint, earum tamen leges proſequi neceſſe habui, quò faciliùs aliarum aberrationum, quæ immediatis obſervationibus deprehenduntur, quæque ad polos Mundi, & æquinoctialem circulum referri ſolent, ratio intelligatur.

CAPUT II.

De abſoluta fixarum parallaxi.

10. PROPOSITIO I Parallaxes abſolutæ ejuſdem Stellæ, aut Stellarum duarum in eadem ſphæra exiſtentium, tellure ubivis in orbe annuo poſita, ſunt inter ſe ut ſinus angulorum ad tellurem.

Eſto Sol S, & primùm fixa eadem F, tellus verò modò in puncto T, *Fig. 2.* modo in t orbis annui Tt. Fiant triangula FTS, FtS. Eſt ergo ſinus FTS ad ſinum TFS ut FS ad ST, ſive ad St ipſi ST æqualem. Sed & ſinus FtS ad ſinum tFS eſt ut FS ad St; Ergo hi quatuor ſinus in eadem ſunt ratione, & alternando, ut ſinus FTS ad ſinum FtS, qui anguli ſunt ad tellurem, ita ſinus TFS ad ſinum tFS, quæ abſolutæ ſunt parallaxes (*artic. 6*) Horum autem angulorum, utpote exiguorum (*art. 3.*) ſinus ſunt ipſis angulis proportionales; Ergo ejuſdem Stellæ parallaxes ſunt ut ſinus angulorum ad tellurem.

Secundò duæ ſint fixæ F, f, in eadem ſphæra Ff, nempe Soli S concentrica, tellus autem in t; ductiſque tf, Sf, erit ſinus FtS ad ſinum tFS ut Sf ad St, ſive ut Sf ad St, pariterque ſinus ftS ad ſinum tfS ut Sf ad St; ergo duarum fixarum F, f in eadem ſphæra exiſtentium parallaxes oſtendentur ut antea ſinibus angulorum ad tellurem proportionales poſita tellure in eodem puncto t.

Neque aliter procedet demonſtratio ſi & duæ fuerint fixæ in eadem ſphæra Soli concentrica Ff, & duæ telluris in orbe annuo poſitiones T, t, e quarum poſitionum altera unius, ex altera verò alterius fixæ parallaxis ad comparationem accipiatur. Quare conſtat propoſitum.

11. *Corollarium.* Si ergo angulus ad tellurem FTS rectus fuerit, major erit fixæ F parallaxis, poſita tellure in T, quam in alio quovis orbitæ puncto t; major enim eſt ſinus recti anguli FTS, quàm alterius cujuslibet FtS, qui recto ſit major vel minor.

12. PROPOSITIO II Data poſitione Stellæ ad Eclipticam punctum orbis annui definire, in quo tellure exiſtente maxima ſit abſoluta parallaxis.

Demittatur e fixa F in planum Eclipticæ perpendiculum FL. Punctum *Fig. 3.* ergo L extra orbem annuum cadit (*art. 5.*) quapropter ex puncto L ad orbem ipſum recta duci poteſt eum contingens. Sit ea LQ, & punctum contactus Q. Dico Q eſſe punctum quæſitum. Juncta enim SQ, factoque triangulo SQF, quoniam SQ in plano Eclipticæ exiſtens perpendicularis eſt ad QL, communem ſectionem plani Eclipticæ cum plano QFL ad Eclipticam recto (*art. 8.*) erit SQ ad planum QFL recta; quare rectos angulos efficiet cum omnibus rectis per punctum Q in plano QFL ductis. Angulus ergo SQF rectus erit, ac propterea (*art. 11.*) poſita tellure in Q maxima erit fixæ F parallaxis; qu. e. d.

13.

13. *Corollarium* 1. Punctum ergo Q in ipſam Stellæ F cum Sole S quadraturam incidit, cum nempe diſtantia Stellæ, & Solis, e tellure viſa SQF, aut eorum longitudinis viſæ differentia SQL graduum eſt 90.

14. *Corollarium* 2. Si ex altera parte orbitæ annuæ alia tangens ducatur Lq, erit punctum contactus q locus alius quadraturæ Stellæ, & Solis, & maximæ parallaxeos abſolutæ Sideris F.

15. *Corollarium* 3. Si Stella F in ipſa Ecliptica IC reperiatur, perpendiculum FL evaneſcet, & punctum F cum L coincidet; ductaque linea Syzygiarum LOR, punctum contactus Q quam minimum diſtabit à puncto M, quod mediam elongationem telluris à Syzygiis determinat. Cum enim duo anguli QSF, QFS ſint recto æquales, æquales erunt duobus QSF, QSM, qui rectum MSF conſtituunt, & QFS æqualis erit QSM. eſt autem QFS perexiguus (*art.* 3) quare & QSM, & arcus QM perexiguus erit, punctumque Q à puncto M quamminimùm diſtabit. Idemque continget ubi Stella extra Eclipticam fuerit, modo punctum L ſat longè ab orbita incidat. Demonſtrabimus autem paullò poſt * nullam eſſe Stellam tam longè ab Ecliptica poſitam, ut punctorum M, Q diſtantia, ſeu angulus MSQ negligi in hoc negotio non poſſit. Quapropter maximæ parallaxose punctum ad ſenſum in medias à Syzygiis telluris elongationes incidit.

Fig. 4. *Fig.* 3. * *Vide infra art.* 19.

16. PROPOSITIO III Stellarum omnium in eadem Sphæra exiſtentium parallaxis maxima abſoluta æqualis eſt angulo, quem orbis annui ſemidiameter in centro Spheræ ſubtendit quum diameter Sphæræ aptatur, ad ſenſum verò æqualis eſt angulo quo ipſa ſemidiameter è Sphera ſpectatur quum angulus ad Solem eſt rectus.

Fig. 5.

In Sphæra cujuslibet fixæ F deſcribatur circulus maximus QPC ad planum Eclipticæ QSC perpendicularis, nempè per hujus polum P tranſiens, & ſecans orbem annuum in diametro IM, e cujus alterutro extremo I elevetur IR ad Eclipticæ planum recta, occurrens circulo QPC in R, & per R agatur RO diametro IM parallela, eundem circulum ſecans in O, ducaturque Eclipticæ axis PS, ſecans RO in K, & jungantur PI, KI, SR; eritque RO Sphæræ aptata, diametro IM, & RK ſemidiametro IS æqualis. Si nunc punctum orbis annui, ex quo fixa F, aut alia quælibet in eadem Sphæra exiſtens maximam habet parallaxim abſolutam, fuerit T, facto triangulo STF, erit angulus STF rectus (*art.* 11) rectus eſt autem & RIS, ſuntque latera ST, SF lateribus SI, SR æqualia, ergo & FT, IR æquales erunt, & parallaxis maxima SFT angulo IRS æqualis, ſive illi alterno RSK, quem ſcilicet angulum in centro S ſubtendit orbis ſemidiameter RK dum diameter IM, aut RO ſphæræ aptatur, quod erat primum.

Deinde cum angulus IRS ſit ad ſummum ſcrupulorum 2. (*art.* 3.) qualium partium Radius RS eſt 10000000, talium ſinus IS eſt 5818 ad ſummum, qualium verò radius PS eſt 10000000, talium tangens IS (5818) angulum exhibet IPS ſcrupulorum 2 adamuſſim, ne unius quidem ſecundi diſcrimine ab angulo IRS, vel SFT; diſcrimen hoc autem adhuc minus futurum manifeſtum eſt, ſi angulus IRS minor

adhuc

adhuc fuerit ſcrupulis 2 eſt autem IPS angulus ſub quo ſemidiameter orbis annui IS e Sphæra ſpectatur exiſtente angulo ad Solem ISP recto, quare conſtat propoſitum.

17. *Corollarium* 1. Omnium ergo Stellarum in eadem Sphęra exiſtentium æquales ſunt parallaxes abſolutæ maximæ, & data maxima parallaxi unius, datur ratio ſemidiametri orbis ST ad ſemidiametrum Sphęræ SF, nempe quæ eſt ſinus parallaxis maximæ SFT ad ſinum anguli recti STF, ſive ad radium. Viciſſim data harum ſemidiametrorum ratione, dabitur maxima parallaxis TFS, omnibus fixis congruens, quæ in Sphæra, ſemidiametro FS deſcripta collocantur.

18. *Corollarium* 2. Licet angulus IPS, quo ſemidiameter orbis IS e ſphæra ſpectatur exiſtente angulo ad Solem recto, minor ſit angulo IRS, vel TFS maximæ parallaxeos, angulus tamen IPM, quo diameter orbis MI ex eodem puncto P aſpicitur, major eſt angulo IRM, vel DFT, ſub quo ſpectatur diameter TD, cum angulus ad tellurem eſt rectus. Deſcripto namque per puncta I, M, P, circulo MIEP, manifeſtum eſt circulum QPC ab eo tangi in P, totumque circulum MIEP intra QPC cadere; Quapropter peripheria PEI ſecabit RI inter I, & R, ut in E, angulusque IRM minor erit angulo IEM, qui angulo IPM eſt æqualis, quòd uterque ſit in eodem ſegmento circuli IEPM; quare & angulus TFD angulo IPM eſt minor. Eorum tamen angulorum diſcrimen ſub ſenſum non cadere paullò poſt * demonſtrabimus. *Vide infra art. 29.*

19. *Corollarium* 3. Si jam invenire lubeat quæ demum maxima eſſe poſſit in ulla Stella puncti Q, in quo quadratura contingit, a puncto mediæ longitudinis M diſtantia, nempe quantus angulus MSQ, aut SLQ, de quo articulo 15 diximus (quamquam de his opportuniùs ubi de parallaxi longitudinis) cum perſpicuum ſit, eò minorem fore rectam SL quo major fuerit Stellæ latitudo, ſeù angulus LSF, nulla autem ex inſignioribus Stellis, quæ in Catalogis deſcriptæ ſunt latitudinem habeat borealem majorem gradibus 87 (eſt hæc proximè latitudo Stellulæ in Draconis aſtro, quæ Bayero *duarum polo Zodiaci proximarum antecedens* dicitur, & littera ω in eo aſteriſmo notatur) erit SL ut minimùm 523360 earum partium, qualium radius SF 10000000, tantus enim eſt coſinus graduum 87. Cum autem SQ ad ſummum ſit earum partium 5818 (*art.* 16) erit SL ad SQ ad minimùm ut 523360 ad 5818. Ut autem SL ad SQ, ita radius ad ſinum anguli SLQ; ergo ratio radij ad ſinum SLQ non minor erit quam 523360 ad 5818. Quapropter angulus SLQ non major erit minutis 38. 12″, ac tantundem diſtabit punctum quadraturæ Q a puncto M mediæ longitudinis, ut maximè duo hæc puncta diſtent; quem ſanè arcum horarum 15 vel 16 ſpatio tellus percurrit; quapropter quadratura Stellæ, & Solis in eundem diem incidit, quo tellus mediam a linea ſyzygiarum longitudinem aſſequitur, atque adeo nulla eſt Stella, in qua diſcrimen illud MQ contemni non poſſit quum, de maximarum parallaxeon temporibus definiendis quęſtio fuerit. *Fig.* 3.

20. PROPOSITIO IV Ejuſdem Stellæ abſoluta parallaxis minima eſt in conjunctione; a conjunctione autem ad quadraturam perpetuò augetur, exinde uſque ad oppoſitionem perpetuò minuitur. In punctis verò æquè à conjunctione vel ab oppoſitione diſſitis æquales ſunt parallaxes.

Fig. 6. Eſto YRSO linea ſyzygiarum fixæ F, atque in illa Sol S; orbis verò annuus RTO, in quo punctum conjunctionis R, oppoſitionis O, incidatque ex F perpendiculum ad Eclipticam demiſſum, in ejus lineæ punctum L & in plano FLS circulus ſit Sphæræ maximus FXY Eclipticæ perpendicularis. Junctis RF, SF, OF per tria puncta R, S, F, circulus alius deſcribatur XRSF, priorem ſecans in F, & X, junganturque RX, SX. Quoniam igitur ſinus XRS ad ſinum RXS eſt ut XS ad RS, & pariter ſinus FRS ad ſinum RFS, ut SF, ſeù XS ad RS, erunt hi quatuor ſinus in eadem ratione. Eſt autem ſinus RXS æqualis ſinui RFS, quòd hi anguli ad peripheriam circuli XRSF poſiti, eidem arcui RS inſiſtant, ergo ſinus XRS ſinui FRS eſt æqualis. Quare angulus FRS acutus (*art.* 5) Supplementum eſt anguli XRS ad duos rectos, ac propterea angulo XRY æqualis; & cum FRS minor ſit externo FOL, erit XRY eodem FOL minor. Fiat angulus IRY angulo FOL æqualis, & recta IR ſecabit circulum YXF inter X, & F. Secet ergo in I, & IR æqualis erit OF. Quoniam autem ſumpto in orbe RTO quovis puncto T, recta TF minor quidem eſt quàm RF, major autem quam OF, ſi ex R ducatur in circulo YXF recta RZ, ipſi TF æqualis, cadet hæc inter puncta I, F, & punctum Z erit intra circulum XRSF. Quare angulus RZS major erit angulo RFS, qui eſt ad hujus circuli peripheriam, & eidem arcui RS inſiſtit. Eſt autem angulus RZS angulo SFT æqualis, propter tria latera horum triangulorum æqualia, Ergo parallaxis SFT major eſt parallaxi RFS, quæ ad conjunctionis punctum R pertinet, quod erat primum.

Percurrat nunc punctum T ſucceſſivè ſemicirculum RTO, pergens ex R ad O, appliceturque ſemper ex puncto R ad peripheriam circuli YXF recta RZ rectæ TF æqualis; punctumque Z percurret arcum FI ex F verſus I, eoque propior erit RZ ipſi RF, quo punctum T propius fuerit puncto R. Ergo angulus ZRS, eique æqualis STF ſemper augebitur. Sinus verò anguli ZRS augebitur quidem quòuſque ZRS fuerit rectus, nempe (*art.* 13) donec punctum T fuerit in quadratura, deinceps verò ſemper minuetur uſque ad punctum I, ubi angulus SRI angulo FOS eſt æqualis; quare & ſinus STF eadem augmenta, ac decrementa ſubibit, & parallaxis SFT illi ſinui proportionalis (*art.* 10) augebitur a conjunctione R uſque ad quadraturam, deinceps minuetur uſque ad oppoſitionem O, quod erat ſecundum.

Denique ſi deſcribatur reliquus ſemicirculus orbis annui, ſumaturque in illo punctum t, æquè à conjunctione R remotum, atque punctum T, perſpicuum eſt rectam a puncto t ad Stellam F ductam rectæ TF æqualem fore, & angulum ad tellurem t angulo FTS, & parallaxim in

pun-

puncto t parallaxi SFT æqualem. In punctis igitur æque à conjunctione diſſitis æquales ſunt abſolutæ ejuſdem ſideris parallaxes. Quare conſtat propoſitum.

21. PROPOSITIO V Data Stellæ latitudine, ejuſque parallaxi abſoluta in data à conjunctione diſtantia, invenire rationem ſemidiametri Sphæræ ad ſemidiametrum orbis annui, & maximam Stellæ parallaxim.

Sit primum Tellus in ipſa conjunctione, aut oppoſitione in R vel O. In Triangulo igitur RSF, vel OSF, cum detur angulus ad Stellam F, nempe parallaxis ſideris, & angulus ad Solem S, nempe latitudo Stellæ, aut ejus ſupplementum ad duos rectos, dabitur & tertius angulus SRF, vel SOF. Quare ratio SF ſemidiametri Sphæræ ſideris ad SR, vel SO ſemidiametrum orbis annui ſtatim innoteſcet ex ratione ſinuum angulorum, qui hiſce lateribus opponuntur. *Fig.* 7.

Sit deinde tellus extra ſyzygias in puncto T, & ex Stella F demittatur in lineam ſyzygiarum ROL perpendiculum FL. Quoniam ergo datur diſtantia telluris à conjunctione R, dabitur angulus RST, ſive TSO, ac propterea poſitione dabitur recta ST; Ducatur ad eam ex puncto L perpendicularis LI. Cum ergo LI ſit communis ſectio plani Eclipticæ cum plano FLI ad Eclipticam recto, recta vero SI cum LI angulum rectum SIL efficiat, erit SI ad planum FLI recta, quapropter rectos efficiet angulos cum omnibus rectis per punctum I in plano IFL ductis. Ergo rectus erit angulus SIF. Jam verò in triangulo SLI cum detur angulus ISL; ſitque LIS rectus, dabitur ratio laterum SL, SI. Datur autem & ratio SF ad SL, quæ nempe eſt radij ad coſinum latitudinis FSL, Ergo dabitur ratio FS ad SI. In triangulo igitur FSI rectangulo ad I ex data hac ratione dabitur angulus FSI, ſive FST. Hoc autem dato, in triangulo FST, in quò præterea datur ex hipoteſi parallaxis SFT, dabitur ratio SF ad ST, ſemidiametri Sphæræ ad ſemidiametrum orbis annui. Quod erat primum.

Deinde cum detur ratio SF ad ST, dabitur maxima parallaxis ſideris F, ſi fiat ut SF ad ST, ita radius ad ſinum maximæ parallaxis queſitæ (*art.* 17.) Quare &c.

22. PROPOSITIO VI Data ratione ſemidiametri Sphæræ ſideris ad ſemidiametrum orbis annui, & illius latitudine, nec non diſtantia a conjunctione, abſolutam parallaxim invenire.

Si primùm tellus fuerit in ipſis ſyzygiis R, vel O, ex ratione laterum FS, & SR vel SO, & ex dato ſinu latitudinis FSO, vel FSR, dabitur parallaxis SFR, vel SFO. *Fig.* 7.

Si ſecundò tellus fuerit extra ſyzygias in T, fiant omnia ut in præcedenti; quouſque habeatur angulus FST, deinde in triangulo FST in quo datur ratio FS ad ST, & angulus FST, dabitur parallaxis SFT, qu. e. i.

23. *Corollarium* 1. Idem problema erit, ſi pro ratione ſemidiametrorum Sphæræ, & orbis annui detur maxima parallaxis abſoluta Stellæ, ex hac enim ipſa ratio ſemidiametrorum innoteſcit (*art.* 17.)

24. *Corollarium* 2. Manifeſtum eſt ex dictis Stellarum omnium in eadem Sphæra exiſtentium, & æqualem latitudinem habentium æquales eſſe abſolutas parallaxes, poſita æquali à conjunctione diſtantia.

25. *Corollarium* 3. Et ſi Stellarum duarum æqualem latitudinem habentium æquales ſint parallaxes in æquali diſtantia a conjunctione, eas Stellas in eadem Sphæra exiſtere.

26. LEMMA I Datis in diàmetro circuli GDH punctis duobus A,B utrinque a centro C æquè diſſitis, invenire in peripheria punctum D, ex quo ductis ad centrum C, & ad puncta A,B rectis lineis DC, DA, DB, angulorum ADC, BDC differentia ſit maxima.

Fig. 8.

Hoc problema analytico calculo reſolutum hanc exhibet conſtructionem. Ducatur ſemidiameter CI, diametro GH, in qua dantur puncta A,B, perpendicularis, junctaque AI, fiat angulus HCK ſemirectus, ſumaturque CK æqualis AI, & demiſſum ex K in GH perpendiculum KE circulum ſecabit in puncto quęſito D.

27. *Corollarium*. Eſt ergo AI, vel CK ſecans anguli AIC, quem ſubtendit in I recta AC, ſi modò IC, vel CD pro radio accipiatur. Quare cum quadratum CE dimidium ſit quadrati CK (propter angulum ſemirectum ECK) ſitque CE coſinus arcus DH, vel anguli DCH, invenietur trigonometricè hic angulus, ſi ex dimidio quadrati ſecantis anguli AIC radix quadrata extrahatur, ſumaturque arcus huic numero, tanquam coſinui, reſpondens.

28. PROPOSITIO VII Ejuſdem fixæ parallaxes abſolutæ, exiſtente tellure in punctis orbis annui e diametro oppoſitis, ad ſenſum ſunt æquales.

Fig. 9.

Sit AB diameter quælibet orbis annui, biſſecta in Sole S, ſitque fixa F; ducaturque per AB, & F planum, ſectionem in ſphæra fixæ efficiens ſemicirculum maximum CFH; ductaque in plano hujuſce circuli ſemidiametro SG, ad AB perpendiculari, & juncta AG, erit angulus AGS, ſub quo ſemidiameter orbis AS ſpectatur exiſtente angulo ad Solem GSA recto. Quapropter (*art.* 16) erit AGS ad ſenſum æqualis parallaxi maximæ abſolutæ Stellæ F; atque adeo perexiguus, neque duobus ſcrupulis major (*art.* 3) Junctis autem AF, SF, BF, erunt anguli AFS, BFS parallaxes abſolutæ hujus Stellæ poſita tellure in punctis A, B, e diametro oppoſitis, quas dico ad ſenſum æquales eſſe. Si ergo oſtendatur angulorum AFS, BFS differentiam ſenſu percipi non poſſe, quum Stella F in illud incidit circuli CGH punctum, in quo maxima eſt differentia angulorum ad circuli hujus periheriam factorum, & æqualibus baſibus AS, BS inſiſtentium, conſtabit propoſitum. Id autem oſtenditur. Ponatur enim angulus AGS, ut maximè, ſcrupulorum 2. Sumpta igitur GS pro radio partium 10000000, erit AG ejus anguli ſecans partium earundem 10000002, hujuſque quadrati dimidii radix erit 7071069, qui coſinus eſt graduum 45. ferè. Ergo (*art.* 27) quum angulus FSH graduum fuerit 45 proximè, maxima erit angulorum AFS, BFS differentia. Quoniam autem SG partium eſt 10000000, & angulus AGS ſcrupulorum 2, erit AS, vel

BS

BS earum partium 5818. In triangulo igitur ASF, ex lateribus AS partium 5818, & SF 10000000, anguloque intercepto FSA, qui ſupplementum eſt anguli FSH graduum 45 ad duos rectos, puta graduum 135, erit angulus AFS min. 1 25. In triangulo autem FSB iiſdem lateribus datis, & angulo FSB grad. 45, erit angulus SFB min. 1. 25. ut antea. Quare angulorum AFS, SFB differentia minor eſt uno ſecundo, ac plane inobſervabilis. Quod ſi angulus AGS adhuc minor fuerit ſcrupulis 2, nempe ſi puncta A, B, reliquis manentibus propiora ſint puncto S, haud difficilè intelligitur minorem adhuc fore angulorum AFS, BFS differentiam in quovis eodem puncto Sphæræ F. Conſtat ergo propoſitum.

29. *Corollarium* 1. Ex dictis ſequitur angulum, quem in fixa qualibet ſubtendit quævis diameter orbis annui, ad ſenſum duplum eſſe parallaxeos fixæ, tellure in alterutro ejus diametri extremo poſita. Itaque cum angulus, quo orbis annui ſemidiameter e Sphæra fixæ ſpectatur, exiſtente angulo ad Solem recto, ad ſenſum æqualis ſit parallaxi maximæ omnium ejus Sphæræ fixarum (*art.* 16.) & propterea angulus quo tunc diameter orbis ſpectatur duplus ſit ad ſenſum maximæ parallaxeos; erit hic angulus æqualis ad ſenſum angulo ſub quo e fixa illa diameter orbis ſpectatur, in cujus diametri extremo alterutro maxima eſt Stellæ parallaxis. Sunt autem hi anguli in fig. 5. IPM, IRM, vel DFT, de quibus articulo 13 diximus. *Fig.* 5.

30. *Corollarium* 2. Cum ergo in punctis e diametro oppoſitis t, d, æquales ad ſenſum ſint parallaxes abſolutæ in punctis vero T, t æque a conjunctione R diſſitis ſint pariter æquales (*art.* 20) manifeſtum eſt æquales quoque eas eſſe ad ſenſum in punctis d, T, quæ æqualiter à puncto mediæ longitudinis M diſtant. *Fig.* 6.

31. PROPOSITIO VIII Duarum Stellarum in eadem Sphæra exiſtentium abſolutæ parallaxes minimæ ſunt inter ſe ut ſinus viſarum latitudinum in ipſa conjunctione, ad ſenſum autem ut ſinus verarum latitudinum.

Quoniam enim Stellæ F parallaxis minima contingit exiſtente tellure in puncto conjunctionis R (*art.* 20) ducta RSC ſyzygiarum linea, factoque triangulo RFS, erit angulus RFS parallaxis minima Stellæ F. Sit in eadem Sphæra Ff alia Stella f, & ducatur in plano FRC recta IS, angulum efficiens ISC latitudini Stellæ f æqualem, IS autem occurrat Sphæræ in I, & jungantur IR, fingaturque Stella in puncto I, erit ergo parallaxis Stellæ f minima, quæ ſcilicet illi in conjunctione convenit, angulo RIS æqualis (*art.* 24) quandoquidem RIS parallaxis eſt Stellæ I Soli conjunctæ & eandem cum f latitudinem habentis, ac propterea erit latitudo viſa Stellæ f in conjunctione angulo IRS æqualis. Eſt autem angulus RFS ad angulum RIS ut ſinus anguli FRS ad ſinum anguli IRS (*art.* 10) nempe ut ſinus viſarum latitudinum in conjunctione. Ergo minima parallaxis Stellæ F ad minimam Stellæ f parallaxim eſt in ratione ſinuum viſarum latitudinum tempore conjunctionis. *Fig.* 10.

Quo-

Quoniam autem viſæ latitudines FRS, IRS a veris latitudinibus FSC; ISC exigua quantitate angulorum F, & I differunt, erunt etiam parallaxes minimæ Stellarum F, f, ad ſenſum ut ſinus verarum latitudinum. Quare &c.

32. *Corollarium*. Cum tempore maximæ parallaxeos Stellæ cujuslibet ſinus anguli ad tellurem ſit ipſe radius (*art.* 11) tempore autem minimæ parallaxeos angulus ad tellurem ſit latitudo viſa in conjunctione, erit (*art.* 10) maxima parallaxis ejuſdem Stellæ ad minimam ut Radius ad ſinum latitudinis viſæ in conjunctione, ſeù ad ſenſum, latitudinis veræ.

33. PROPOSITIO IX Duarum quarumcumque fixarum parallaxes maximæ abſolutæ ſunt inter ſe reciprocè, ut earum ſphærarum ſemidiametri, ſeù diſtantiæ à Sole.

Sint enim duæ fixæ F, f, earumque Sphærarum ſemidiametri SF, Sf, ſitque punctum orbis annui Q, in quo maxima eſt fixæ F parallaxis SFQ, ſecetque recta QF ſphæram fixæ f in puncto I, & jungatur IS. Quoniam ergo maxima Stellæ F parallaxis eſt angulus SFQ, erit angulus SQF rectus (*art.* 11) ſi ergo cogitemus Stellam in I poſitam, erit SIQ maxima ejus parallaxis (*art.* 11.) maxima verò parallaxis Stellæ I maximæ parallaxi Stellæ f eſt æqualis (*art.* 17) Ergo angulus SIQ æqualis eſt maximæ parallaxi Stellæ f. Quoniam autem rectangulum ſub ſinu SQF, & recta SQ æquale eſt tam rectangulo ſub ſinu SFQ, & recta SF, quàm rectangulo ſub ſinu SIQ & recta SI, erunt hæc duo rectangula æqualia. Ergo ſinus SFQ eſt ad ſinum SIQ, nempe parallaxis SFQ eſt ad parallaxim SIQ, ut SI ad SF, ſive ut Sf ad SF quæ ſunt ſphærarum ſemidiametri, reciprocè cum maximis Stellarum parallaxibus acceptæ, qu. e. d. *Fig.* 11.

34. PROPOSITIO X Duarum quarumcumque fixarum, æqualem latitudinem habentium abſolutæ parallaxes, poſita æquali a conjunctione diſtantia, ſunt reciprocè ut Stellarum diſtantiæ a Tellure.

Exiſtente Tellure in T ſit Stellæ F abſoluta parallaxis, angulus SFT, ſecetque recta SF fixæ alterius f ſphæram in puncto I, & jungatur TI. Si ergo cogitemus Stellam in I, erit angulus SIT ejus parallaxis abſoluta poſita tellure in T, nempe in eadem à conjunctione diſtantia RST, quæ pro Stella F datur. Cum autem Stellæ I latitudo ſit angulus ISO, idem nempe atque FSO, quæ eſt Stellæ F latitudo, ponatur autem latitudo Stellæ f latitudini Stellæ F æqualis, erunt & latitudines Stellarum I, f æquales. Eſt autem utraque Stella I, f, in Sphæra eadem I f, æqualis igitur eſt utriuſque parallaxis abſoluta in æquali à conjunctione diſtantia (*art.* 24) quare angulus SIT æqualis eſt parallaxi abſolutæ Stellæ f in diſtantia telluris à conjunctione æquali illi, quæ datur pro Stella F, & recta IT æqualis eſt diſtantiæ Stellæ f a tellure eo tempore. Jam ergo quoniam rectangulum ſub ſinu TSF & recta ST, æquale eſt tam rectangulo ſub ſinu SFT & recta TF, quàm rectangulo ſub ſinu SIT, & recta TI, duo hæc rectangula æqualia erunt. Ergo ſinus SFT ad ſinum SIT, ſive angu- *Fig.* 12.

lus

lus SFT ad angulum SIT, eſt ut TI ad TF; quæ parallaxes ſunt Stellarum F, f, reciprocè cum earum diſtantiis a tellure acceptæ. Quare conſtat propoſitum.

35. *Corollarium* 1. Cum differentia inter diſtantias ejuſdem Stellæ a Sole & tellure, nempe inter FS, FT, vel IS, IT ſemper minor ſit ſemidiametro ST, ſitque hæc ſemidiameter (*art.* 19) non major partibus 5818, qualium diſtantia Stellæ à Sole ponitur ſaltem 10000000, quàm minima ſemper erit differentia inter diſtantias Solis, ac telluris ab eadem Stella, quæcumque fuerit fixæ, aut telluris poſitio. Quare duarum fixarum diſtantiæ à Sole erunt ferè ut earum diſtantiæ a tellure, & fixarum eamdem latitudinem habentium parallaxes in data à conjunctione diſtantia erunt ad ſenſum reciprocè ut diſtantiæ à Sole.

36. *Corollarium* 2. Cum porrò duarum fixarum parallaxes maximæ ſint reciprocè ut earum diſtantiæ à Sole (*art.* 33) parallaxes verò in data latitudine, & diſtantia a puncto conjunctionis ſint reciprocè ut diſtantiæ à tellure (*art.* 34) ſive ad ſenſum à Sole (*art.* 35) erunt parallaxes abſolutæ duarum fixarum, æqualem latitudinem habentium in æquali a conjunctione diſtantia directè ut earundem parallaxes maximæ.

37. *Corollarium* 3. Ergo & minimæ parallaxes fixarum æqualem latitudinem habentium ſunt ut earum maximæ parallaxes ad ſenſum, conveniunt enim æquali a conjunctione diſtantiæ, hoc eſt ipſi conjunctioni (*art.* 20.)

38. PROPOSITIO XI Stellarum quarumcumque fixarum parallaxes minimæ abſolutæ ad ſenſum ſunt in ratione compoſita ex directa ſinuum latitudinum, & reciproca diſtantiarum a Sole.

Sint duæ fixæ F, f, & ponatur facilitatis gratia communis utrique ſyzygiarum linea RSC, ac punctum conjunctionis R, conſtat enim demonſtrationem parum diſſimilem fore, ſi alia fuerit ſyzygiarum linea, aliudve conjunctionis punctum; factiſque triangulis RFS, RfS, ſecet SF Sphæram fixæ f in puncto I, & jungatur RI, ponaturque Stella in puncto I. Ratio itaque anguli RFS, quæ minima eſt parallaxis Stellæ F, ad angulum RfS, minimam parallaxim Stellæ f, componitur ex ratione RFS ad RIS, & RIS ad RfS. Ratio autem RFS ad RIS, quæ minimæ ſunt parallaxes Stellarum F, I, eandem latitudinem habentium FSC, eadem eſt ad ſenſum (*art.* 37) quæ maximarum parallaxeon Stellarum earumdem F, I, nempe (*art.* 33) quæ eſt reciproca diſtantiarum à Sole S; ratio verò RIS ad RfS, quæ minimæ ſunt parallaxes Stellarum I, f in eadem Sphæra exiſtentium, eadem eſt ad ſenſum (*art.* 31) quæ ſinuum latitudinum FSC, fSC. Ergo ratio minimæ parallaxis Stellæ F ad minimam parallaxim Stellæ f componitur ex ratione reciproca diſtantiarum à Sole, & ex directa ſinuum latitudinum qu. e. d. *Fig.* 13.

39. *Corollarium*. Liquet etiam ex contextu hujuſce demonſtrationis minimas duarum Stellarum parallaxes abſolutas eſſe in ratione compo-

ſita ex directa maximarum parallaxeon abſolutarum, & ex directa ſinuum latitudinum ad ſenſum.

Multa his adiici poſſent theoremata, ſed pauca hæc ſufficiunt ad ea quę præcipuè ſpectamus explicanda. Jam verò de parallaxibus latitudinis nonnulla conſiderabimus.

CAPUT III.

De Parallaxi latitudinis.

40. PROPOSITIO XII Parallaxis latitudinis in ipſa conjunctione, aut oppoſitione, eadem eſt atque abſoluta parallaxis.

Fig. 1. Hoc verò ex ipſa inſpectione prioris figuræ, & ex parallaxeon definitionibus eſt manifeſtum (*artic.* 7. 8.)

41. PROPOSITIO XIII Data poſitione fixæ ad Eclipticam, punctum in orbe annuo reperire, in quo viſa latitudo veræ ſit æqualis, ſive in quo nulla ſit latitudinis parallaxis.

Fig. 14. E Stella F demittatur in Eclipticam perpendiculum FL, occurrens illi in puncto L lineæ ſyzygiarum RSOL. Centro L per Solem S circulus in Eclipticæ plano deſcribatur hSH, orbem annuum ſecans in punctis h, H, quæ dico eſſe puncta quæſita. Sumpto enim utrolibet eorum punctorum H, junctiſque LH, FH, SF, cum propter circulum æquales ſint rectæ LS, LH, & anguli FLS, FLH recti, & FL communis, erit angulus veræ latitudinis FSL angulo FHL viſæ latitudinis æqualis, neque ulla erit in H parallaxis latitudinis qu. e. i.

42. *Corollarium* 1. Cum in triangulis FSL, FHL hypotenuſæ FH, FS ſint neceſſariò æquales, ſequitur in puncto H, vel h, in quo latitudo viſa veræ eſt æqualis, iſoſceles eſſe triangulum ad Solem, tellurem, Stellamque conſtitutum, & angulum ad Solem æqualem angulo ad tellurem.

Fig. 15. 43. *Corrolarium* 2. Manentibus iiſdem, quæ in pręcedenti figura, ſi ducatur SM, lineæ ſyzygiarum SO perpendicularis, tanget hæc circulum SH, in puncto S; quapropter punctum M, in quo SM orbem ſecat, eſt extra circulum SH. Punctum ergo H, vel h minùs quadrante diſtat ab oppoſitione O, & plus quadrante a conjunctione R. Si verò punctum quadraturæ ſit Q, in quo maxima eſt parallaxis abſoluta (*art.* 13) & jungantur SQ, LQ, cum angulus SQL ſit rectus, erit punctum Q ad ſemicirculum SQL, diametro SL deſcriptum, qui cum circulum hSH tangat in S, totuſque intra eum cadat, erit punctum H extra ſemicirculum SQL, incidetque inter M, & Q. Quapropter cum punctorum M, Q diſtantia quàm minima ſit, ac contemnenda (*art.* 19) minus erit adhuc punctorum H, M, intervallum. Itaque ſumere licet punctum H, in quo nulla eſt latitudinis parallaxis, idem eſſe cum puncto M mediæ longitudinis ab utraque ſyzygia,

44.

44. PROPOSITIO XIV In primo, & quarto quadrante poſt conjunctionem latitudo viſa minor eſt vera, in ſecundo autem & tertio major. Augetur autem perpetuò à conjunctione ad oppoſitionem, & ab hac ad conjunctionem perpetuò minuitur. Denique in punctis æquè à conjunctione, vel ab oppoſitione diſſitis æquales ſunt viſæ latitudines, & latitudinis parallaxes.

Centro L, in quod punctum cadit perpendiculum à Stella F in Eclipticam demiſſum, deſcribatur per Solem S arcus circuli SH, ſecans annuum orbem in H, quod punctum ad ſenſum quadrante diſtabit a ſyzygiis R, O (*art.* 43) Poſita jam tellure in quolibet puncto orbis T, ductaque LT, ſi punctum T fuerit inter R & H, nempe in primo quadrante à conjunctione, & LT ſecet SH in G, manifeſtum eſt, juncta GF, angulum viſæ latitudinis FTG minorem eſſe angulo FGL, qui veræ latitudini FSL eſt æqualis, idemque contingere in alio quadtante Rh, qui à conjunctione eſt quartus. Si verò punctum T incidat inter H, & O, hoc eſt in ſecundum, vel inter O, & h, hoc eſt in tertium quadrantem, oppoſitum eventurum eſſe facilè patet. Quod erat primum. *Fig.* 16.

Deinde ubicumque ſumatur punctum T, conſtat minorem fore LT quàm LR. Quare in triangulis rectangulis commune latus FL habentibus, RFL, TFL, angulus FRL communi lateri oppoſitus minor erit angulo FTL eidem lateri oppoſito. Et quoniam quò punctum T puncto O eſt propius eò minor fit LT, eò major erit angulus LTF. Ergo latitudo viſa à conjunctione R ad oppoſitionem O perpetuò augetur, & contraria ratione ab oppoſitione ad conjunctionem perpetuò minuitur. Quod erat ſecundum.

Tandem ſumptis duobus punctis T, N æquè a conjunctione, vel ab oppoſitione diſſitis, cum rectæ LN, LT futuræ ſint æquales, patet angulos viſarum latitudinum in T, & N æquales fore, ac propterea eorum differentias ab angulo veræ latitudinis, ſeu latitudinum parallaxes æquales. Conſtat ergo propoſitum.

45. *Corollarium* 1. Patet ex dictis maximam parallaxim latitudinis defectivam eſſe in ipſa conjunctione R, maximam verò exceſſivam in oppoſitione O; Suntque hæ parallaxes RFS, OFS. Abſolutè tamen nonnihil majorem eſſe parallaxim in oppoſitione OFS, quàm in conjunctione RFS (propter baſim trianguli ſcaleni RFO biſſectam in S) verùm diſcrimen illud nullo ſenſu percipi poſſe, quòd hi anguli ſint parallaxes abſolutæ punctorum e diametro oppoſitorum (*art.* 28.)

46. *Corollarium* 2. Perſpicuum eſt etiam maximam parallaxim latitudinis minimæ parallaxi abſolutæ ejuſdem fixæ ad ſenſum æqualem eſſe, nempe angulum RFS, qui idem & maxima eſt ad ſeuſum parallaxis latitudinis (*art.* 45) & minima parallaxis abſoluta (*art.* 20) quapropter quæcumque de minimis abſolutis dicta ſunt in maximis latitudinis parallaxibus obtinent.

47. PROPOSITIO XV Data Stellæ latitudine vera & viſa in data a conjunctione diſtantia, ſive data in hoc poſitu parallaxi latitudinis,

nis,

nis, invenire rationem ſemidiametri ſphęræ ad ſemidiametrum orbis annui, & maximam abſolutam parallaxim.

Demiſſo in Eclipticam ex Stella F perpendiculo FL, ponatur tellus in puncto orbis T, & centro L per Solem S deſcribatur arcus SG, qui *Fig.* 17. ſecet rectam TL in G; junctiſque SF, TF, GF, ducatur ſyzygiarum linea RSL, in qua punctum conjunctionis R, & oppoſitionis O. Cum ergo detur vera latitudo FSL, ſeu FGL, niſi detur viſa FTL, cum ſaltem detur parallaxis latitudinis GFT, facilè elicietur ipſa viſa latitudo FTL. Utcumque ergo detur hic angulus, in triangulo FTL rectangulo ad L, cum detur FL, ſinus latitudinis veræ FSL, in partibus, quarum radius FS eſt 10000000, dabitur in iiſdem partibus TL. Deinde in triangulo TSL, in quo datur angulus TSL diſtantiæ ab oppoſitione, TL verò inventa eſt, & SL datur in iiſdem partibus (quippe coſinus anguli FSL, poſito ut antea radio SF) dabitur in iiſdem recta ST, quæ orbis eſt ſemidiameter. Dabitur ergo ratio ſemidiametri ſphęræ SF ad orbis ſemidiametrum ST. Ex hac autem ratione maxima quoque abſoluta parallaxis fixæ F innoteſcet (*art.* 17) qu. e. i.

48. PROPOSITIO XVI Data ratione ſemidiametri ſphęræ ad ſemidiametrum orbis annui, ſive data maxima parallaxi abſoluta Stellæ, cujus datur vera latitudo, & data diſtantia à conjunctione, vel oppoſitione, invenire latitudinem viſam, & latitudinis parallaxim.

Quoniam datur ratio SF ad ST, (aut niſi datur, ex data maxima pa- *Fig.* 17. rallaxi innoteſcit *art.* 17) daturque pręterea ratio SF ad SL, coſinum latitudinis veræ FSL, dabuntur ST, SL in iiſdem partibus. Datur verò & angulus diſtantiæ ab oppoſitione TSL; ergo in triangulo STL dabitur latus TL in iiſdem partibus. In his autem datur quoque FL, nempe ſinus veræ latitudinis FSL, quare in triangulo FTL, ad L rectangulo elicietur angulus FTL viſæ latitudinis, ex quo & parallaxis latitudinis facilè invenitur ex ſæpè dictis qu. e. i.

49. *Corrollarium* Ex his perſpicuum fit Stellarum omnium in eadem ſphæra exiſtentium, & æqualem latitudinem habentium æquales eſſe & latitudines viſas, & parallaxes latitudinis, poſita æquali à conjunctione diſtantia.

50. PROPOSITIO XVII Sinus viſarum latitudinum ejuſdem Stellæ e quibuslibet punctis orbis annui ſunt inter ſe in ratione reciproca diſtantiarum Stellæ à tellure in illis punctis.

In triangulis enim rectangulis FLT, FLt cum idem ſit cathetus FL, erit rectangulum ſub radio, & recta FL æquale tam rectangulo ſub *Fig.* 16. ſinu FTL, & recta TF, quam rectangulo ſub ſinu FtL, & recta tF, atque adeò æqualia erunt hæc duo rectangula. Ut ergo FT ad Ft, ita ſinus FtL, quæ eſt latitudo viſa Stellæ F, poſita tellure in t, ad ſinum FTL, quæ eſt ejus Stellæ latitudo, poſita tellure in T, quare conſtat propoſitum.

51. *Corollarium*. Idem obtinebit ſi duæ fuerint Stellæ in eadem ſphæra, quarum æquales ſint veræ latitudines, ſive tellus in eodem, ſi-

ve

ve in diverſis orbis annui punctis ſtatuatur. Ut ſi Stellæ F, f, quæ æquales habent latitudines FSL, fSl, aſpiciantur ex T, & t. Cum enim propter æquales ſemidiametros SF, Sf, & ęquales angulos FSL, fSl, æqualia ſint perpendicula FL, fl, eadem procedet demonſtratio, qua in eadem Stella uſi ſumus, & oſtendentur ſinus viſarum latitudinum FTL, ftl, eſſe inter ſe ut tf ad TF, nempe reciprocè ut diſtantiæ fixæ à tellure. *Fig.* 18.

52. PROPOSITIO XVIII Stellarum in eadem ſphæra exiſtentium maximæ parallaxes latitudinis ſunt ut ſinus viſarum lalitudinum, & ad ſenſum verarum.

Quoniam enim Stellarum, F, f parallaxes maximæ latitudinis SFO, SfO eæ ſunt, quæ illis in ipſa oppoſitione congruunt, eæque ad ſenſum æquantur parallaxibus in conjuctione (*art.* 45) quæ eędem ſunt parallaxes abſolutæ pro eo tempore (*art.* 40), & quidem minimæ (*art.* 20) minimæ autem parallaxes abſolutæ Stellarum in eadem ſphęra exiſtentium ſunt ut ſinus viſarum latitudinum, & ad ſenſum verarum (*art.* 31) in hac eadem ratione erunt maximæ parallaxes latitudinis qu. e. d. *Fig.* 19.

53. *Corollarium* Ex dictis colligitur Stellarum, quæ minùs duobus tribuſve gradibus ab Ecliptica diſtant parallaxes latitudinis ſub ſenſum non cadere. Si enim Stellæ F, duobus gradibus ab Ecliptica diſſitæ ponatur maxima parallaxis latitudinis SFO ſecundorum 5 (quæ ferè minima eſt quantitas evidenter obſervabilis) erit ejuſdem Stellæ maxima parallaxis abſoluta SFT, cum ſcilicet angulus ad tellurem STF fuerit rectus, ſecundorum 143; quandoquidem parallaxes SFO, SFT ſunt ſinubus angulorum SFO (gr. 2. 0'. 5''.) & STF (gr. 90) proportionales (*art.* 10) itaque ſi parallaxis latitudinis SFO fuerit ſenſu perceptibilis, neceſſe erit parallaxim SFT duo ſcrupula prima excedere, quod hypoteſi à nobis ſumptæ (*art.* 3) adverſatur. Idemque abſurdum colligitur ſi ex parallaxi maxima latitudinis ſecundorum 5 Stellæ duobus gradibus ab Ecliptica diſſitæ, ſupputetur, cum ratione ſinuum verarum latitudinum (*art.* 52) maxima parallaxis latitudinis Stellæ quæ in eadem ſphęra exiſtat, & ultra gradus 56, vel 57. ab Ecliptica diſtet, hæc enim proveniet major ſecundis 120, ſeù ſcrupulis primis 2. In ipſa verò Ecliptica nullam omninò eſſe latitudinis parallaxim manifeſtum eſt.

54. PROPOSITIO XIX Parallaxes latitudinis ejuſdem Stellæ ſunt ad ſenſum ut rectæ lineæ in plano Eclipticæ, quæ ipſas ſubtendunt.

Ex puncto L, in quod Stellæ F perpendiculum incidit, ducta ſyzygiarum linea TSL, in qua Sol S, & oppoſitionis punctum O, junctiſque SF, OF, deſcribantur centro L per puncta S, O, circuli SH, OK; & ſtatuta tellure in quolibet orbis puncto T, ducatur LT ſecans OK in K, & SH in G, jungaturque GF, TF, KF. Eſt ergo SFO parallaxis latitudinis in oppoſitione, & GFT parallaxis latitudinis in T. Dico haſce parallaxes eſſe inter ſe ad ſenſum ut rectæ SO, GT, quæ ipſas ſubtendunt, & in plano Eclipticæ exiſtunt. *Fig.* 20.

 In

In Triangulis enim OFL, KFL, rectangulis ad L, & commune latus habentibus FL, cum propter circulum OK latus OL æquale ſit lateri KL, erit & FO ipſi FK, & angulus FOL angulo FKL æqualis; quare & anguli FOS, FKG ęquales, & cum preterea ęquales ſint SO, GK (propter circulos SG, OK eodem centro L deſcriptos) erunt in triangulis SFO, GFK æquales anguli SFO, GFK. Quoniam verò exiguæ tangentium differentiæ ad ſenſum exiguis angulorum differentiis ſunt proportionales, prę̨ſertim ubi anguli quibus tangentes ipſæ reſpondent non majores fuerint gradibus 89 (ut ex canone trigonometrico fit manifeſtum) exiſtente autem FL radio, rectæ LK, LT, LG tangentes ſunt angulorum LFK, LFT, LFG, erunt KG, TG quæ ſunt harum tangentium differentiæ, ut anguli KFG, TFG, ſive ut anguli OFS, TFG, quæ ſunt parallaxes latitudinis in O, & T; neque enim eos caſus proſequimur quibus angulus LFG, vel LFS, nempe complementum latitudinis Stellæ majus fuerit gradibus 89, quandoquidem Stellæ latitudo minor tunc foret uno gradu, ejuſque parallaxis latitudinis minimè perceptibilis (*art.* 53.) Cum ergo ubicumque ſumptum fuerit punctum T parallaxis latitudinis in T ad parallaxim in O ſit ut GT ad SO, patet parallaxes latitudinis ejuſdem Stellæ eſſe ut rectas, quæ in plano Eclipticæ ipſas ſubtendunt qu. e. d.

55. *Corollarium* 1. Ex hac demonſtratione ſequitur data parallaxi latitudinis in aliquo puncto orbis, ut in oppoſitione O, nempe dato angulo SFO, & data recta SO, facilè haberi parallaxim latitudinis ejuſdem Stellæ F in alio puncto ut T, nempe angulum GFT, ſi inveniatur pro eo puncto quantitas rectæ GT, ac deinde fiat ut SO ad GT, ita angulus SFO ad angulum quæſitum GFT. Errores autem, ſi qui admiſſi fuerint in aſſumenda rectæ GT quantitate, proportionales eſſe erroribus in ipſis parallaxibus latitudinis GFT, quas recta GT ſubtendit. Ut ſi ad definiendam parallaxim latitudinis GFT pro juſta rectæ GT quantitate ſumpta fuerit quantitas paullò major, aut paullò minor GT, veluti Gb, erit GT ad Tb ad ſenſum ut vera parallaxis latitudinis GFT ad errorem parallaxis TFb.

56. *Corollarium* 2. Cum ergo nullus angulus ad fixam quamlibet fieri poſſit, qui ſemidiametro SO, vel rectæ in Ecliptica poſitæ, hac ſemidiametro minori, inſiſtat, & minuta duo excedat (*art.* 3) ſi error Tb minor fuerit ſexageſima parte ſemidiametri SO, angulus TFB, qui error eſt parallaxis latitudinis, errori Tb conveniens minor erit ſecundis 2, hoc eſt nullo ſenſu perceptibilis.

57. LEMMA II Dato circulo RMO, cujus centrum S, & puncto L in ejus diametro producta SO, ad quam perpendicularis ſit ſemidiameter SM, invenire in peripheria circuli punctum ut T, itaut ducta recta LT, quæ occurrat in G circulo SGH ex centro L per S deſcripto, & demiſſo ex T in SM perpendiculo TV, rectarum TG, TV differentia ſit maxima. *Fig.* 21.

Analyticus calculus oſtendit punctum quæſitum eſſe ipſam ſectionem H circuli MO cum circulo SGH.

58.

58. *Corollarium* 1. Cum ergo in puncto H recta GT evaneſcat, eò quod punctum T incidat in ipſum circulum SGH, & cum puncto G coaleſcat, recta verò TV eo caſu ſit ipſa recta HE, quæ ſcilicet ex ſectione circulorum H perpendicularis eſt ad SM, erit EH maxima differentia, quæ inter rectas TV, TG intercedere poſſit, ubicumque punctum T in peripheria OMR ſumptum fuerit.

59. *Corollarium* 2. Junctis SH, LH, & demiſſa ex L in SH perpendiculari LI, eaque producta, donec ſecet SM in Z, erunt triangula LIH, SIZ ſimilia, & angulus ZSI angulo ILH, hoc eſt dimidio SLH æqualis. Quare ſi SH, vel SM ſit radius, erit EH ſinus dimidii anguli SLH. Rectæ igitur EH quantitas trigonometricè definietur, ſi in triangulo HIL rectangulo ad I, in quo datur recta LH rectæ LS æqualis & recta HI ſemidiametri SH, vel SM dimidia, angulus HLI eliciatur, ejus enim ſinus poſito SM radio, erit recta HE.

60. PROPOSITIO XX Rectæ lineæ, quæ latitudinis parallaxes ejuſdem fixæ in plano Eclipticæ ſubtendunt, multò minùs quàm ſexageſima parte ſemidiametri orbis annui differunt à ſinubus diſtantiæ telluris a puncto mediæ longitudinis, ſi in ipſo circulo orbis annui hi ſinus accipiantur.

Eſto orbis annuus MO, in quo punctum oppoſitionis O, mediæ longitudinis M; centrum verò Sol S, & perpendiculum FL ex Stella F in Eclipticam demiſſum incidat in punctum L lineæ ſyzygiarum SOL, circulus verò centro L per Solem S deſcriptus ſecet orbem annuum MO in H, ducaturque HE perpendicularis ad SM. Statuatur tellus in quolibet puncto orbis annui T, jungaturque LT, quæ circulum SH ſecet in G, & ducatur TV perpendicularis ad SM; eritque HE (*art.* 59) ſinus dimidii anguli SLH, ſumptis ſinubus in circulo MO. Sit autem primum Stellæ F latitudo FSL graduum 87, maxima nempe quæ ulli Stellæ ex inſignioribus ad Boream exiſtentibus congruat (*art.* 19) Erit ergo SL coſinus anguli grad. 87. partium 523360 qualium FS 10000000; SO autem non major eſt 5818 earumdem partium (*art.* 19) quare inſtituto calculo juxta artic. 59. reperietur angulus MSH non major min. 19. 6. cujus anguli ſinus eſt 55558. Qualium ergo partium SM eſt 10000000, talium HE non major eſt 55558. Ergo qualium SM eſt 5818, HE non major erit 32. Minor igitur eſt HE ſexageſima parte ſemidiametri orbis SM, quæ pars foret 97. Differentia autem rectarum TG, TV, non major eſt quam HE (*art.* 58) Ergo differentia rectarum TG, TV multo minor eſt parte ſexageſima ſemidiametri orbis SM. Atqui TG recta eſt in plano Eclipticæ, quæ parallaxim latitudinis TFG ſubtendit, poſita tellure in T, TV verò ſinus eſt arcus MT, diſtantiæ nempe telluris T à puncto mediæ longitudinis M, ſumptis ſinubus in circulo MO; Ergo cum latitudo Stellæ fuerit graduum 87, manifeſtum eſt quod propoſuimus. *Fig.* 22.

Si autem latitudo Stellæ minor fuerit gradibus 87, cum major eo caſu fiat coſinus latitudinis SL, manifeſtum eſt minui angulum SLH, ejuſque dimidium, quod arcus MH metitur; quare neceſſe eſt minui re-

 ctam

ctam E H, & multo adhuc minorem quam antea reperiri rectarum TG, TV differentiam. Quare conſtat propoſitum.

61 *Corollarium* 1. Si ergo ad inquirendam parallaxim latitudinis GFT juxta artic. 55, pro vera quaatitate rectæ GT, ſumatur quantitas rectæ GN, quæ æqualis ſit rectæ TV, error TN minor erit ſexageſima parte ſemidiametri SM, & ducta NF error NFT in latitudinis parallaxi minor erit duabus ſecundis (*art.* 55) neque ſenſu perceptibilis.

62. *Corollarium* 2. Nullum ergo erit erroris periculum in definienda quantitate parallaxeos GFT, quæ competit dato orbis annui puncto T, ſi ad eam ſupputandam pro quantitate rectæ TG utamur quantitate ſinus recti anguli MST in circulo MO, videlicet ſinu diſtantiæ telluris à media longitudine M, quandoquidem hic ſinus eſt ipſa recta TV, ſumptis ſinubus in circulo MO.

63. *Corollarium* 3. Et cum parallaxes latitudinis ejuſdem Stellæ ſint ad ſenſum ut rectæ, quæ eas in plano Eclipticæ ſubtendunt (*art.* 54) nempe ut rectæ TG, quævis autem ex hiſce rectis diſcrimine exiguo, & contemnendo differat a ſinu diſtantiæ Telluris à media longitudine (*art.* 60. 61. 62) erunt parallaxes latitudinis ejuſdem Stellæ ad ſenſum, ut ſinus diſtantiarum à puncto mediæ longitudinis.

64. *Corollarium* 4. Propterea maxima parallaxis latitudinis OFS, quæ ipſi oppoſitionis puncto congruit, erit ad parallaxim latitudinis Stellæ extra oppoſitionem GFT ad ſenſum ut radius ad ſinum diſtantiæ telluris à longitudine media.

65. *Corollarium* 5. Itaque in punctis T, t, æquè à media longitudine M diſſitis æquales erunt ad ſenſum parallaxes latitudinis.

66. *Corollarium* 6. Et quoniam in punctis quoque t, N æquè a conjunctione diſſitis, parallaxes latitudinis ſunt æquales (*art.* 44) erunt parallaxes latitudinis in punctis e diametro oppoſitis T, N, ad ſenſum æquales.

Horum theorematum, quæ ad parallaxes latitudinis faciliori computo definiendas ſpectant, veritatem ſubductis calculis confirmavi, poſita maxima parallaxi abſoluta Stellæ min. 2, ejuſque latitudine graduum 87, quibus datis aliquod neceſſe erat prodire diſcrimen à veris parallaxibus, ſi illud uſquam ſenſu percipi poſſet, neque hoc diſcrimen uno ſecundo majus uſquam comperi, ut ex ſubjecta tabella liquet.

Paral.

Parallaxes latitudinis Stellæ latitudinem habentis grad. 87, poſita maxima parallaxi abſoluta minut. 2.

Diſtantia à conjunctione		*Parallaxis lat. ex calculo accurato*		*Parall. latit. ex regula ſinuum diſtantiæ à media longit.*		*Diſtantia à conjunctione*	
Sign.	Grad.	′	″	′	″	Sign.	Grad.
0	0	2	0	2	0	12	0
0	10	1	59	1	58	11	20
0	20	1	54	1	53	11	10
1	0	1	44	1	44	11	0
1	10	1	32	1	32	10	20
1	20	1	17	1	17	10	10
2	0	1	0	1	0	10	0
2	10	0	42	0	41	9	20
2	20	0	22	0	21	9	10
2	21	0	19	0	19	9	9
2	22	0	17	0	17	9	8
2	23	0	15	0	15	9	7
2	24	0	13	0	13	9	6
2	25	0	11	0	10	9	5
2	26	0	9	0	8	9	4
2	27	0	7	0	6	9	3
2	28	0	5	0	4	9	2
2	29	0	3	0	2	9	1
3	0	0	0	0	0	9	0
3	1	0	1	0	2	8	29
3	2	0	4	0	4	8	28
3	3	0	6	0	6	8	27
3	4	0	8	0	8	8	26
3	5	0	9	0	10	8	25
3	6	0	12	0	13	8	24
3	7	0	14	0	15	8	23
3	8	0	16	0	17	8	22
3	9	0	18	0	19	8	21
3	10	0	20	0	21	8	20
3	20	0	40	0	41	8	10
4	0	1	0	1	0	8	0
4	10	1	17	1	17	7	20
4	20	1	31	1	32	7	10
5	0	1	43	1	44	7	0
5	10	1	52	1	53	6	20
5	20	1	58	1	58	6	10
6	0	2	0	2	0	6	0

67. PRO-

67. PROPOSITIO XXI Duarum quarumlibet Stellarum parallaxes latutidinis, poſita æquali à conjunctione diſtantia, ad ſenſum ſunt inter ſe in ratione compoſita ex reciproca ſemidiametrorum ſphærarum, & directa ſinuum latitudinum.

Sint Stellæ F, f, & linea ſyzygiarum RSO, quam facilitatis gratia *Fig.* 23. utrique Stellæ communem ponimus. Sit prçterea tellus in quovis orbitæ puncto T, ejuſque diſtantia à conjunctione R, arcus RT, & à media longitudine M arcus MT. Jam cum punctum oppoſitionis ſit O, ducta perpendiculari TV ad SM, erit ut SM radius ad ſinum TV ita ad ſenſum maxima parallaxis latitudinis Stellæ f, nempe angulus SfO ad parallaxim latitudinis ejuſdem Stellæ f, poſita tellure in T, nempe in diſtantia à conjunctione RT (*art.* 64) Eadem ratione erit ut radius ad TV, ita maxima parallaxis latitudinis Stellæ F nempe angulus SFO ad parallaxim latitudinis Stellæ ejuſdem F, poſita tellure in T, nempe in eadem atque antea diſtantia à conjunctione RT. Itaque maxima parallaxis latitudinis SfO Stellæ f eſt ad maximam parallaxim latitudinis SFO Stellæ F ut parallaxis latitudinis Stellæ f in T ad parallaxim latitudinis Stellæ F in T. Ratio autem maximæ parallaxis latitudinis SfO ad maximam SFO (quæ ſunt minimæ abſolutæ earum Stellarum parallaxes ad ſenſum (*art.* 46) componitur ex ratione reciproca ſemidiametrorum ſphærarum utriuſque Stellæ, & ex directa ſinuum latitudinum (*art.* 38) ergo ratio parallaxis latitudinis Stellæ f ad parallaxim latitudinis Stellæ F in eadem à conjunctione diſtantia RT componitur ex iis quas diximus rationibus qu. e. d.

68. *Corollarium* 1. Ex hac demonſtratione patet duarum quarumcumque Stellarum parallaxes latitudinis in eadem à conjunctione diſtantia eſſe inter ſe directè ut maximæ parallaxes latitudinis earundem, ſeu ut minimæ earum abſolutæ parallaxes.

69. *Corollarium* 2. Quòd ſi Stellæ in diverſis ſphçris exiſtentes eandem habeant latitudinem, ut F, & I, ratio parallaxeon latitudinis in eadem diſtantia à conjunctione erit ad ſenſum reciproca ſemidiametrorum ſphçrarum (*art.* 67.)

70. *Corollarium* 3. Si verò in eadem exiſtentes ſphçra diverſas habeant latitudines, ut f, & I, erit ratio parallaxeon latitudinis in eadem à conjunctione diſtantia ad ſenſum eadem, quæ ſinuum latitudinum directè.

His præmiſſis, etſi parallaxeon longitudinis conſideratio non maximi erit uſus, quædam tamen in ea ſunt prorſus neceſſaria, quæque omitti non debeant.

CAPUT IV.

De Parallaxi longitudinis.

71. PROPOSITIO XXII Stellarum omnium in Ecliptica exiſtentium parallaxis longitudinis eadem eſt atque abſoluta parallaxis.

Perſpicuum fit hoc ex inſpectione figuræ quartæ; cum enim exiſtente Stella F in ipſa Ecliptica IC, perpendiculum ab ipſa in Eclipticam demiſſum in punctum L abeat, & cum ipſa Stella F coincidat, ubicumque ponatur tellus in orbe annuo ut in Q, ductis lineis QF, SF, erit SFQ parallaxis longitudinis (*art.* 9) quæ eadem eſt abſoluta Stellæ parallaxis (*art.* 7) quare &c. *Fig.* 4.

72. PROPOSITIO XXIII Stellarum omnium viſa longitudo à conjunctione ad oppoſitionem major eſt vera, ab oppoſitione ad conjunctionem minor. Parallaxis verò longitudinis in ſyzygiis nulla eſt, a ſyzygiis autem ad quadraturas ſemper augetur donec in quadraturis ſit maxima, a quadraturis ad ſyzygias rurſum minuitur, & in punctis æquè à conjunctione, vel ab oppoſitione diſtitis, eſt æqualis.

Eſto RSOL linea ſyzygiarum Stellæ F, & L punctum huic perpendiculariter ſubjectum. Ponatur tellus in quovis puncto orbis annui T, & ſignorum ſeries procedat ex conjunctione R per T ad oppoſitionem O, jungaturque TL, quæ ex parte T producatur in K, & per Solem S ducta intelligatur ad initium Arietis vel Libræ recta SA, cui per T parallela agatur Ta, ſecetque recta SA rectam LT in puncto i. Patet ergo angulum aTL, ſive AiL externum, qui longitudo eſt Stellæ viſa (*art.* 19) majorem eſſe interno ASL, qui vera eſt longitudo, ſive ergo SA ad initium Arietis, ſive ad Libræ pertineat, quoties punctum T inter conjunctionem, & oppoſitionem intercipitur ſecundum ſignorum ſeriem, major erit viſa quàm vera Stellæ longitudo; in oppoſito autem ſemicirculo contrarium eveniet cum puncto t. Quod erat primum. *Fig.* 24.

Deinde poſita tellure in conjunctione R, vel in oppoſitione O, cum linea RL, vel OL eadem ſit atque SL, perſpicuum eſt nullum tunc eſſe angulum RLS, aut OLS, ſcilicet nullam longitudinis parallaxim (*art.* 9). Ducatur jam LQ orbem annuum tangens in Q, & juncta SQ erit angulus SQL rectus, & Q ipſum quadraturæ punctum. E quovis igitur alio puncto ſemicirculi RTO ducta TL, manifeſtum eſt hanc inter RL, QL cadere, quare angulus TLS, qui parallaxis eſt longitudinis Stellæ ex T (*art.* 9) minor eſt quàm QLS parallaxis longitudinis in quadratura. Et quò punctum T propius erit puncto Q inter R & Q, conſtat majorem forè angulum TLS, idemque continget inter Q & O. Quare parallaxis longitudinis à Syzygia R ad quadraturam Q ſemper augetur, exinde verò ad ſequentem ſyzygiam O

rur-

rurſum minuitur; idemque obtinere manifeſtum eſt in alio ſemicirculo ONR. Quod erat ſecundum.

Denique ſi puncta T, N æqualiter diſtent a puncto R, vel O, liquet æquales fore parallaxeon angulos ex N, & T in puncto L factos. Quare conſtat propoſitum.

73. *Corollarium* 1. Ex his manifeſtum eſt perpetuò mutari viſam Stellarum longitudinem, licet vera interim immutata ponatur, (veluti in tota hac tractatione poni volumus ex dictis art. 6.), & motum hunc quidem à conjunctione R ad quadraturam Q directum eſſe, longitudo enim viſa & major eſt vera, & perpetuò augetur aucta parallaxi, hoc eſt aucta ejus differentia a vera longitudine; poſt quadraturam verò Q uſque ad oppoſitionem O retrogradum, quoniam parallaxis longitudinis, hoc eſt exceſſus viſæ ſupra veram quotidie fit minor, ac proinde longitudo decreſcit, deinde ab oppoſitione O ad ſequentem quadraturam q adhuc retrogradum eſſe motum, viſa enim longitudo, quæ jam vera eſt minor, decreſcit adhuc, cum creſcat parallaxis, quæ eſt ejus differentia a longitudine vera. Denique à ſecunda quadratura q ad conjunctionem R iterum directum, quia parallaxis, hoc eſt defectus viſæ a vera longitudine perpetuò minuitur, ex quo viſam longitudinem perpetuò augeri neceſſe eſt. In ipſis verò quadraturarum Q q articulis ſtatio erit ſideris, nempe augmentum aut decrementum longitudinis dato tempore minimum. Hęc quidem ita ſe habere neceſſe eſt (ut ea omnia quæ hoc tractatu demonſtramus) ſi tellus per orbem annuum Solem circumeat, atque eò manifeſtiora eſſe quò major fuerit ratio ſemidiametri ſphæræ ad orbis annui ſemidiametrum; & ſi hæc ratio detur, adhuc manifeſtiora in illis Stellis, quarum major erit parallaxis longitudinis, ſi modo ulla eſt Stella in qua hæc ſenſu percipiatur.

74. *Corollarium* 2. Parallaxis longitudinis in ipſa quadratura Q, nempe angulus SLQ ad ſenſum non diſcrepat à parallaxi MLS, quæ pertinet ad punctum mediæ longitudinis M. Producta enim tangente LQ ad occurſum SM in K, cum angulus KSQ æqualis ſit angulo SLQ, perſpicuum eſt eò majorem fore MK, exceſſum nempe ſecantis SK ſupra radium MS, quò major fuerit angulus QLS; hic autem eo major erit quo punctum L propius fuerit puncto S. Quoniam verò nullius Stellæ (ſaltem ex inſignioribus, quæ in Catalogis deſcribuntur) latitudo FSL major eſt grad. 87 (*art.* 19) cujus latitudinis coſinus SL partium eſt 523360 earum quarum SQ, ut maximè, eſt 5818 (*art.* 19) nullius Stellæ parallaxis maxima SLQ ſeù KSQ major erit min. 38. 12". Ergo exceſſus ſecantis MK ſupra radium MS ad ſummum erit partium 618, qualium SM 10000000, nempe partium 0. 36 ex illis quarum SM 5818, ſeu quarum SL 523360; quare MK fit denique partium 6. 88 qualium SL 10000000, ac propterea differentia tangentium angulorum SLM, SLK, quæ eſt ipſa MK, poſita SL pro radio, minor eſt partibus 7, quarum radius 10000000; cui differentiæ in canone trigonometrico ne unius quidem ſecundi decrementum congruit ab

Fig. 25.

angu-

angulo SLK min. 38'. 12", & minor adhuc erit differentia in reliquis Stellis minorem habentibus latitudinem.

75. *Corollarium 3.* Hinc fit in toto arcu MQ eandem eſſe ad ſenſum parallaxim longitudinis.

76. *Corollarium 4.* Manifeſtum fit etiam maximas parallaxes longitudinis in iiſdem punctis contingere, in quibus maximæ contingunt parallaxes abſolutæ, nempe in quadraturis (*art.* 13) ac fere in illis in quibus nullæ ſunt latitudinis parallaxes, ejuſmodi enim puncta prope quadraturas, atque inter puncta M, Q incidunt (*art.* 43.)

77. PROPOSITIO XXIV Data Stellæ latitudine, & data ejus longitudine vera, ac viſa in data à conjunctione, vel oppoſitione diſtantia, ſive data in hoc poſitu parallaxi longitudinis, invenire rationem ſemidiametri ſphęræ ad ſemidiametrum orbis annui, & parallaxim maximam abſolutam.

Eſto fixa in F, tellus in T, & factis iis, quæ figura oſtendit, quoniam datur parallaxis longitudinis, aut niſi datur elici poteſt ex veræ, & viſæ longitudinis comparatione, dabitur angulus SLT. Datur autem & angulus LST, diſtantia ſcilicet ab oppoſitione, quare in triangulo LST dabuntur tres anguli, ac propterea dabitur ratio laterum ST, SL. Datur autem & ratio SL ad SF, quæ ſcilicet eſt coſinus latitudinis FSL ad radium; ergo dabitur ratio ST ad SF, cum qua dabitur etiam maxima parallaxis abſoluta (*art.* 17) qu. e. i. *Fig.* 26.

78. PROPOSITIO XXV Data latitudine ſideris, & ratione ſemidiametri ſphęræ ad ſemidiametrum orbis annui, ſeu maxima parallaxi abſoluta, invenire parallaxim longitudinis in data à conjunctione, vel oppoſitione diſtantia.

Datur ratio ſemidiametri ſphęræ FS ad ſemidiametrum orbis ST, & datur ratio radii SF ad coſinum SL latitudinis datæ FSL. Ergo datur ratio TS ad SL. Datur autem & angulus interceptus TSL, diſtantia ab oppoſitione O. Ergo in triangulo TSL dabitur parallaxis longitudinis STL. qu. e. i. *Fig.* 26.

79. *Corollarium* 1. Patet ergo Stellarum æqualem latitudinem habentium, & in eadem ſphæra exiſtentium, æquales eſſe longitudinis parallaxes in data à conjunctione, vel oppoſitione diſtantia.

80. *Corollarium* 2. In puncto t, ubi recta LT iterum orbem ſecat eadem eſt parallaxis longitudinis, atque in puncto T; neque tamen hæc puncta æquidiſtant à quadratura Q, vel à puncto mediæ longitudinis M.

81. *Corollarium 3.* Dato igitur altero horum punctorum T, vel t, ut alterum inveniatur, ita procedendum. Si detur punctum T, quod eſt inter quadraturam Q, & oppoſitionem O, & quæratur aliud t, in quo eadem ſit parallaxis longitudinis in eodem ſemicirculo OQR, fiat ſumma ex diſtantia ab oppoſitione TSL, & dupla parallaxi SLT, hæcque ſumma erit angulus RSt diſtantiæ puncti quęſiti t à conjunctione R. Cum enim angulus StL æqualis ſit STt, nempe ſummæ duorum TSL, SLT, angulus verò RSt æqualis ſit ſummæ StL, SLT erit angulus

gulus RST æqualis TSL cum duplo SLT. Si verò detur punctum t, quod eſt inter conjunctionem R, & quadraturam Q & quæratur aliud T, ex angulo RSt, diſtantia nempe puncti t à conjunctione, dematur dupla parallaxis tLS, reſiduum enim erit angulus TSL, diſtantia puncti quæſiti T ab oppoſitione O.

82. *Corollarium* 4. Si Stella valde ab Ecliptica diſtet, & ſumantur puncta T, K in eodem ſemicirculo RMO, æquè hinc inde à puncto mediæ longitudinis M diſſita, minimè contemnendum erit diſcrimen parallaxeon longitudinis in punctis T, K; minor enim vel ad ſenſum eſſe poterit hæc parallaxis in puncto K quod conjunctioni eſt propius, quam in remotiori T, dummodo ea ſit proximè ratio ſemidiametrorum ſphæræ & orbis annui, quam ſæpè diximus, nempe 10000000 ad 5818, ſive dummodo maxima parallaxis abſoluta ſit minutorum 2, vel paullò minor, ut ex ſubjecto laterculo liquet, in quo exhibentur parallaxes longitudinis Stellæ, latitudinem habentis graduum 87, poſita ea quam dixi ſemidiametrorum ratione.

Fig. 27.

Angulus MSK *ſive diſtantia à media longitudine ante ipſam*	*Parallaxis longitudinis* SLK		*Angulus* MST *ſive diſtantia à media longitudine poſt ipſam*	*Parallaxis longitudinis* SLT	
	′	″		′	″
Grad. 0	38	12	Grad. 0	38	12
10	37	35	10	37	44
in primo 20	35	47	20	36	2
ſemicirculo 30	32	54	in primo 30	33	17
40	29	3	ſemicirculo 40	29	30
diſtantiæ à 50	24	21	diſtantiæ à 50	24	47
conjunctione 60	18	56	conjunctione 60	19	18
70	12	57	70	13	13
80	6	35	80	6	42
90	0	0	90	0	0

83. *Corollarium* 5. Ex hoc fit in punctis T, N, e diametro oppoſitis minimè æquales fore hoc caſu vel ad ſenſum parallaxes longitudinis. Cum enim parallaxes longitudinis in K & N ſint æquales (*art.* 72) in K verò & T fieri poſſit eas ad ſenſum inæquales eſſe, poterunt & in T, N ſenſu inæquales percipi.

84. PROPOSITIO XXVI Ejuſdem Stellæ extra Eclipticam poſitæ ſinus parallaxis maximæ longitudinis eſt ad ſinum maximæ abſolutæ ut radius ad coſinum latitudinis. Eſto punctum quadraturæ Q, in quo contingit maxima parallaxis & abſoluta QFS (*art.* 11) & longitudinis QLS (*art.* 72.) Cum ergo recti ſint anguli SQF, SQL, erit rectangulum ſub radio, & recta SQ æquale tam rectangulo ſub SF, & ſinu SFQ, quàm rectangulo ſub SL, & ſinu SLQ. Æqualia ſunt

Fig. 28.

ergo

ergo hæc duo rectangula. Quare ut SF ad SL, ita ſinus SLQ ad ſinum SFQ. Quare conſtat propoſitum.

85 PROPOSITIO XXVII Latitudinem invenire, in qua ſinus maximæ parallaxis longitudinis ad ſinum maximæ parallaxeos abſolutæ Stellæ, in eadem ſphera exiſtentis datam habeat rationem majoris inæqualitatis.

Ex Sole S ſumatur in plano Eclipticæ recta SL, ad quam ſemidiameter ſphęræ datæ Stellæ eam rationem habeat, quæ data eſt. Rectæ verò SL perpendicularis erigatur in puncto L recta LF, occurrens ſphęræ datæ in F, eritque angulus FSL quæſita latitudo, ut ex præcedenti propoſitione ſit manifeſtum. *Fig.* 28.

86. *Corollarium* 1. Trigonometricè ergo hoc fiet ſi ad numeros duos datam rationem exprimentes, & radium circuli quarta proportionalis inventa quæratur inter coſinus, ejuſque arcus pro quæſita latitudine excerpatur.

87. *Corollarium* 2. Si data ratio eadem ſit quæ radii ad ſinum maximæ parallaxeos abſolutæ, nempe quæ eſt FS ad SO, recta ipſa SO ſatisfaciet, dabitque latitudinem quæſitam fSO, erecto ſcilicet ex O perpendiculo Of. Eo autem caſu maxima parallaxis tam abſoluta, quàm longitudinis incidet in punctum O, & ipſa maxima parallaxis longitudinis erit grad. 90, quem ſcilicet angulum tangens orbem annuum in O cum recta SL comprehendit. Si verò data ratio adhuc major ſit, recta Sl intra orbem annuum deſinet, ut in l; maxima autem parallaxis longitudinis eo quoque caſu incidet in punctum orbitæ O, eritque graduum 180. Sed hoſce caſus proſequi eſt inutile, cum nullæ ſint Stellæ ſaltem inſignes adeò prope Eclipticæ polum collocatæ. Reliquis autem caſibus omnibus recta SL major erit recta SO.

88. *Corollarium* 3. Ex dictis colligitur plurimas eſſe Stellas, quarum parallaxis longitudinis longè major ſit quàm vel abſoluta, vel latitudinis, ſi nempe maximæ ſingularum ſpecierum comparentur. Ubi enim latitudo inſignis fuerit, parallaxis longitudinis multò major erit abſoluta parallaxi, & plurimùm adhuc major parallaxi latitudinis. Quoniam tamen nulla eſt inſignis Stella majorem habens latitudinem gradibus 87, ejuſque parallaxis longitudinis maxima eſt min. 38'. 12" cum maxima abſoluta ponitur min. 2' (*art.* 19) ac proptereà illa ad hanc eſt ut 19 ad 1 proximè, intrà hoſce limites conſiſtet in Stellis omnibus reliquis ea, quam diximus, maximarum parallaxeon longitudinis ad abſolutas proportio.

89. PROPOSITIO XXVIII Duarum quarumcumque Stellarum parallaxes maximæ longitudinis ſunt reciprocè, ut diſtantiæ inter Solem, & perpendiculum in planum Eclipticæ e Stellis ipſis demiſſum.

Sint Stellæ F, f, e quibus demiſſa in Eclipticam perpendicula incidant in puncta ejus plani L, l; ex hiſce punctis ducantur tangentes orbem annuum LQ, lq, ut habeantur puncta Q, q maximarum parallaxeon longitudinis SLQ, Slq (*art.*72) Jam cum in triangulo rectangulo LSQ *Fig.* 29.

rectan-

rectangulum ex radio in SQ æquale ſit rectangulo ex ſinu QLS in rectam SL, pariterque in triangulo Sql rectangulum ex radio & recta Sq, ſeu SQ, æquale rectangulo ex ſinu qlS in rectam Sl, erit ut recta SL, ad Sl ita ſinus Slq ad ſinum SLQ. Quoniam autem hi anguli minimi ſunt, quippe qui minuta 38' circiter non excedunt (*art.* 88) erunt & ipſi anguli Slq, SLQ in ea quam diximus ratione, SL ad Sl, nempe in reciproca diſtantiarum Solis a punctis, in quæ perpendicula e Stellis cadunt. Q. E. D.

90. *Corollarium* 1. Si ergo duæ Stellæ F, G latitudinem eamdem habuerint GSK, erunt maximæ parallaxes longitudinis reciprocè ut ſphærarum ſemidiametri, ſive directè, ut maximæ parallaxes abſolutæ (*art.* 33). Demiſſo enim perpendiculo GK, cum maxima parallaxis longitudinis Stellæ G ſit ad maximam parallaxim longitudinis Stellæ F, ut SL, ad SK (*art.* 89) ut autem SL ad SK, ita ſit SF, ad SG, patet id quod diximus.

91. *Corollarium* 2. Si verò Stellæ f, G in eadem ſphæra fuerint, erunt earum maximæ parallaxes longitudinis reciprocè ut coſinus latitudinum, nempe erunt, ut SK, ad Sl.

92. *Corollarium* 3. Si denique Stellæ F, f neque eamdem latitudinem habuerint, neque in eadem ſphæra fuerint, ratio maximæ parallaxeos longitudinis Stellæ F ad maximam parallaxim longitudinis Stellæ f componetur ex ratione maximæ parallaxis longitudinis F ad maximam parallaxim longitudinis G, puta ex reciproca ſemidiametrorum ſphærarum (*art.* 90.) aut ex directa maximarum parallaxeon abſolutarum, (*art.* 33) & ex ratione maximæ parallaxis longitudinis G ad maximam parallaxim longitudinis f, nempe ex reciproca coſinuum latitudinum. (*art.* 91.)

93. *Corollarium* 4. Si ergo ſemel habeantur maximæ parallaxes longitudinis ad ſingulos gradus latitudinis Stellæ in una quadam ſphæra, facilè erit (*art.* 90) ex iis colligere maximas parallaxes longitudinis in quavis data latitudine, & in data qualibet ſphæra, quin etiam ſphæram ipſam, hoc eſt ejus maximam parallaxim abſolutam, invenire ex data maxima parallaxi longitudinis in data latitudine. In hunc finem ſequentem tabellam ſupputavi maximarum parallaxeon longitudinis, quæ cuilibet gradui latitudinis congruunt in ſphæra, cujus maxima parallaxis abſoluta min. 2, nempe cujus ſemidiameter ad ſemidiametrum orbis ut 1000000 ad 5818, illiſque in alia columna adjeci maximas parallaxes latitudinis, quæ & ipſæ in data latitudine maximarum parallaxeon abſolutarum rationem ſequuntur (*art.* 46. 37.)

Itaque ſi ope hujuſce tabulæ, data Stellæ latitudine, ejuſque maxima parallaxi abſoluta quæras parallaxim maximam longitudinis, aut latitudinis; excerpe e tabula numerum maximæ parallaxeos alterutrius ſpeciei, quam optas, e directo latitudinis datæ, deinde fac ut minuta 2 ad hunc numerum, ita maxima abſoluta data ad quæſitam parallaxim.

Con-

Contra ſi, data Stellæ latitudine, ejuſque maxima parallaxi longitudinis, aut latitudinis, quæras maximam abſolutam, excerpe iterum ex tabula è directo datæ latitudinis numerum ejus ſpeciei parallaxeos, quæ datur, deinde fac ut hic numerus ad min. 2 ita maxima parallaxis data ad quæſitam.

Tabula maximarum parallaxeon longitudinis, & latitudinis ad ſingulos latitudinis gradus, poſita maxima abſoluta minutorum 2, ſive ratione ſemidiametri ſphæræ ad ſemidiametrum orbis annui ut 10000000 ad 5818.

Lat. Stel.	Max. Par. longit.		Max. Par. latit.		Lat. Stel.	Max. Par. longit.		Max. Par. latit.		Lat. Stel.	Max. Par. longit.		Max. Par. latit.	
Gr.	′	″	′	″	Gr.	′	″	′	″	Gr.	′	″	′	″
0	2	0	0	0	30	2	19	1	0	60	4	0	1	44
1	2	0	0	2	31	2	20	1	2	61	4	8	1	45
2	2	0	0	4	32	2	21	1	4	62	4	16	1	46
3	2	0	0	6	33	2	23	1	6	63	4	25	1	47
4	2	0	0	8	34	2	24	1	8	64	4	34	1	48
5	2	0	0	10	35	2	26	1	9	65	4	44	1	49
6	2	1	0	13	36	2	28	1	11	66	4	55	1	50
7	2	1	0	15	37	2	30	1	12	67	5	7	1	51
8	2	1	0	17	38	2	32	1	14	68	5	20	1	52
9	2	2	0	19	39	2	35	1	16	69	5	35	1	52
10	2	2	0	21	40	2	37	1	17	70	5	51	1	53
11	2	2	0	23	41	2	40	1	19	71	6	8	1	53
12	2	3	0	25	42	2	42	1	20	72	6	28	1	54
13	2	3	0	27	43	2	45	1	22	73	6	50	1	55
14	2	4	0	29	44	2	47	1	24	74	7	15	1	55
15	2	4	0	31	45	2	50	1	25	75	7	43	1	56
15	2	5	0	33	46	2	53	1	27	76	8	16	1	56
17	2	5	0	35	47	2	56	1	28	77	8	53	1	57
18	2	6	0	37	48	3	0	1	30	78	9	37	1	57
19	2	7	0	39	49	3	3	1	31	79	10	29	1	58
20	2	8	0	41	50	3	7	1	32	80	11	35	1	58
21	2	8	0	43	51	3	11	1	34	81	12	47	1	59
22	2	9	0	45	52	3	15	1	35	82	14	22	1	59
23	2	10	0	47	53	3	20	1	36	83	16	24	1	59
24	2	11	0	49	54	3	24	1	37	84	19	8	2	0
25	2	12	0	51	55	3	29	1	38	85	22	56	2	0
26	2	13	0	53	56	3	34	1	39	86	28	40	2	0
27	2	14	0	55	57	3	40	1	41	87	38	12	2	0
28	2	16	0	57	58	3	46	1	42	88			2	0
29	2	17	0	59	59	3	53	1	43	89			2	0
30	2	19	1	0	60	4	0	1	44	90			2	0

 Nunc

Nunc hiſce paucis de triplici hac parallaxeon differentia præmiſſis, ad ea tranſeundum, quæ illarum quantitatem obſervationibus inveſtigandam propiùs reſpiciunt. Antea tamen, ad omnem ſcrupulum evellendum, tantiſper expendere juvat ecquid in tota hac parallaxeon ratione efficere poſſit annui orbis figura, quæ neque circularis eſt, neque Soli concentrica, ut hactenus poſuimus, ſed excentrica atque ellyptica; ne forte ſi jis theorematibus utamur, quæ in circulari hypoteſi invenimus, in errorem aliquem ſenſu perceptibilem induci nos poſſe ſuſpicemur.

CAPUT V.

Quid in parallaxibus efficere poſſit annui orbis figura.

Fig. 30. 94. LEMMA III Datis circulis AG, BP, circa commune centrum S deſcriptis, & dato in eodem plano puncto L, ex centro S radium SAB ducere eo poſitu, ut ex punctis A, B, in quibus datas peripherias AG, BP ſecabit, ductæ ad punctum L rectæ lineæ AL, BL angulum contineant ALB maximum.

Conſtructio ex calculo analytico. Ducatur SL ſecans circulos GA, BP in G, P. Fiat ut LS ad PS, ita GS ad SK, & diviſa bifariam KL in N, centro N intervallo NL circulus deſcribatur LBA, datos circulos ſecans in A, & B; eritque BAS una recta linea, & angulus ALB maximus.

95. *Corollarium* Si, cæteris manentibus, major fuerit recta SL, patet eò minorem futuram SK, & eò majorem KL, atque adeo majorem NL; quare (cum biſſecta AB in O, junctiſque ON, AN, angulus AON ſit rectus, ſit autem NL æqualis AN, & AO conſtans) eò minor erit angulus ANO, ſive ALB, illi æqualis.

96. LEMMA IV Dato circulo CF, cujus centrum S, & datis in ejus
Fig. 31. ſemidiametro SC punctis duobus A, B, invenire in peripheria CF punctum F, ut rectæ FA, FB ex eo puncto ad data puncta A, B ductæ angulum contineant AFB maximum.

Conſtructio ex analyſi. Fiat ut CS ad BS, ita AS ad GS, & diviſa GC bifariam in R, atque AB bifariam in O, erectaque ON perpendiculari ad AB, centro S intervallo SR deſcribatur circulus RN, ſecans NO in N, junctaque SN; eaque producta ad occurſum circuli CF in F, erit F punctum quæſitum; eritque N centrum circuli per puncta A, B, F tranſeuntis.

97. *Corollarium*. Quò major erit CS, manentibus SA, SB, eò minor prodibit SG, & eò major relinquetur CG, ac proinde eò major dimidia hujus RC, ſive NF: quare juncta NA, cum hæc ſit æqualis NF, ſit

ſit autem AO conſtans, eò minor erit angulus ANO, ſive AFB huic æqualis.

Horum lemmatum ſubſidio haud difficulter explorabimus errores parallaxeon maximos, ſivè maximas verarum parallaxeon, quæ ex Ellyptica hypoteſi invenirentur, differentias ab illis, quæ ex hypoteſi circulari prodeunt in eadem qualibet Stella, poſita eadem a conjunctione, vel ab oppoſitione diſtantia; Stellaſque ipſas inveniemus, in quibus maximi errores majores quàm in reliquis contingere poſſint; ut appareat errores hoſce omninò, vel nullos eſſe, vel perexiguos; ac primùm de parallaxibus longitudinis hæc præſtabimus.

98. Eſto igitur Sol S, linea ſyzygiarum fixæ cujuslibet SL, & L punctum, in quod ex ipſa fixa F perpendiculum incidit. Eſto etiam orbis annuus Ellypticus ATP, cujus linea apſidum PA, perihelij punctum P, Aphelij A, focus perihelio propior in ipſo Sole S, & Ellypſis centrum C. Centro S circulus deſcribatur RGH, ſemidiametrum habens æqualem mediæ Solis a tellure diſtantiæ, ſive ſemiaxi majori Ellypſeos PC, vel CA. Is eſt circulus in quo hactenus parallaxes ſpectavimus (*art. 3*) Eodem centro S per punctum Aphelij A circulus alius deſcribatur AQ, qui, ut, ex conicis elementis conſtat, totus extra Ellypſim cadet, & ſecent circuli GH, AQ rectam SL in H, Q. GH verò ſecet lineam aphelij SA in G, & lineam perihelij SP productam in M. Denique ex eodem foco S per perihel um P alius deſcribatur circulus Px, qui totus intra ellypſim incidet. *Fig. 32.*

Quoniam autem comparandæ ſunt nobis parallaxes longitudinis ejuſdem Stellæ F, quas in eadem à conjunctione diſtantia exhibet circularis atque ellyptica hypoteſis, ut errores maximos circularis hypoteſeos detegamus, palam eſt quodlibet ellypſeos punctum non cum alio circuli RGH puncto (aut viciſſim) comparandum eſſe quàm cum eo quod in eadem recta fuerit, ad Solem S ducta; ut punctum A cum G, T, cum E, t cum e, atque idem de reliquis, ea ſiquidem puncta duo ſunt, quæ ſibi reſpondent in eadem à conjunctione diſtantia RSA, RST, RSe; hocque ſervandum quemcumque poſitum habuerit linea apſidum PA ad ſyzygiarum lineam SL, & quæcumque fuerit à conjunctione diſtantia, in qua comparatio inſtituitur.

Quia porrò circulus RGH, utpotè ex foco S, intervallo ſemiaxis majoris, deſcriptus, ellypſim ATP ſecat in ipſis extremis minoris axis Vu, perſpicuum eſt, ſi punctum quodlibet T in ſemiellypſi uAV, in qua eſt aphelium A accipiatur, ducaturque ST, punctum E, in quo hæc recta circulum RGE ſecat, inter centrum S & acceptum ellypſeos punctum T cadere; contrà autem evenire ſi punctum t in ſemiellypſi uPV, in qua eſt perihelium, accipiatur, ſectio enim e rectæ tS cum peripheria RGH ultra punctum t in recta St producta reperietur. Cum autem parallaxes longitudinis ellypticæ ſint anguli, quos in pnncto L efficit recta SL cum rectis ex L ad puncta T, vel t ductis; circulares verò parallaxes longitudinis ſint anguli, quos eadem recta SL in eodem puncto L efficit cum rectis ad puncta E, vel e pariter

ductis; manifeſtum eſt, quoties punctum T magis quam E a centro S diſtiterit, nempe in ſemiellypſi VAu, majorem eſſe parallaxim ellypticam circulari, & viciſſim in ſemiellypſi uPV minorem, ac propterea priori caſu circularis hypoteſeos errorem eſſe defectus, poſteriori autem exceſſus. Primùm ergo inquiremus qui maximi eſſe poſſint errores defectus, quibuſve Stellis contingere.

Jam ergo ponamus Aphelij lineam SA eum angulum RSA efficere cum linea ſyzygiarum SL, qui angulus requiritur, ut ductæ ex punctis A, G (in quibus SA circulos Ax, GH ſecat) ad punctum L rectæ lineæ AL, GL angulum ALG maximum comprehendant, ſimul autem tellus in ipſo Aphelio A poſita intelligatur, ut propterea error defectus circularis hypoteſeos ſit ipſe angulus ALG. Dico errorem hunc maximum eſſe omnium errorum defectus, quos quidem in parallaxibus longitudinis Stellæ F efficere poſſit circularis hypoteſis, nempe nullum eſſe ellypſeos poſitum, nullamve eandem à conjunctione diſtantiam, quibus datis, parallaxis circularis Stellæ F magis ab ellyptica deficiat quàm anguli ALG quantitate. Si enim ſingas lineam aphelij jam non in recta SA, ſed in alia quavis poſitione SX, atque aphelium ipſum in X, ibique tellurem exiſtere; erit ſanè recta EX rectæ GA æqualis, ſed angulus à recta EX in L ſubtenſus, nempe error parallaxeos circularis, minor angulo GLA, quando ex hypoteſi inclinatio RSA ea eſt, quæ angulum GLA maximum efficit: Si iterum poſita aphelij linea in alia poſitione quàm SGA, tellus tamen ſit in puncto rectæ GA, in quo ellypſis eam rectam ſecuerit, inter G, & A, perſpicuum eſt pariter parallaxeos errorem partem fore anguli GLA, atque adeo eo angulo minorem. Si denique poſita ubilibet Aphelij linea, tellus extra Aphelium ponatur in diametro quavis SX, alia quam SA, ut in T, ſanè angulus à recta ET in puncto L ſubtenſus pars erit anguli in eodem puncto a recta EX ſubtenſi, qui ipſe angulo GLA eſt minor. Itaque GLA error eſt maximus quem uſpiam in defectum errare poſſit qui circulari hypoteſi pro ellyptica utatur in parallaxibus longitudinis Stellæ F conſiderandis.

Quoniam autem, reliquis omnibus manentibus, & aucta puncti L à puncto S diſtantia, ut ſit Sl, anguli GLA quantitas minuitur (*art.* 35) manifeſtum eſt, ſi Stella f, in eadem cum F ſphæra exiſtens minorem latitudinem habeat quàm F, atque ita perpendiculum fl ex ea demiſſum ultra L, remotiùs ab S incidat; vel ſi Stella I in eadem aut minori atque F latitudine poſita, magis tamen quam F à Sole diſtet, ut ita perpendiculum Il, ex ea ductum rursùm ultra L cadat, minorem fore errorem maximum utriuſque Stellæ f, I errore maximo Stellæ F, nempe angulo GLA, ex quibus denique omnibus intelligitur maximum errorem defectus, quem uſquam errare poſſit in longitudinis parallaxibus qui circulari hypoteſi pro ellyptica utatur in iis Stellis contingere, quæ & Soli quàm proximæ fuerint (ſive quarum ſpheræ ſemidiameter ad mediam Solis a tellure diſtantiam rationem habuerit quæ eſt 10000000 ad 5818, ſi modo ullius Spheræ tam modica eſt ſe-

midia-

midiameter) & in ea ſphæra maximam latitudinem habuerint (graduum nempe 87, ſi de inſignioribus Stellis agamus, quando nullam earum hanc latitudinem excedere conſtat) & eam denique longitudinem, ut aphelij linea cum ſyzygiarum linea angulum efficiat RSA, qui requiritur ut ſumpta SL partium earundem 523360 (qui coſinus eſt latitudinis grad. 87) angulus ALG ſit maximus; tempus verò cui maximus hic error continget illud fore, quo tellus in ipſo Aphelij puncto reperietur: ex quibus & erroris maximi GLA quantitatem, & quibus Stellis, quo tempore, contingere poſſit, facilè jam ſupputabimus.

Datur enim ex hypoteſibus Aſtronomicis excentricitas SC partium 1687 proximè, qualium ſemiaxis CA 100000, ac propterea SA earumdem partium 101687. Qualium ergo CA aut SG, vel SH 5818, earum SA, ſive SQ invenietur 5916. eſt autem, ut oſtendimus, SL earundem partium 523360; quapropter ſi ſiat ut SL 523360, ad SQ 5916, ita SH 5818, ad SK, erit hęc earum partium 66, & KL 523294; cujus ſi ſumatur dimidia NL 261647, & centro N intervallo NL, circulus deſcribatur, is per puncta A, G tranſibit, extrema ſcilicet rectæ GA, quæ maximum angulum GLA ſubtendit, ut ex artic. 94 liquet. Diviſa autem GA bifariam in O, erit GO (ſemidifferentia ſcilicet rectarum SH, SQ) partium earum 49; & ductis ON, GN, erit angulus GON rectus, & GN ipſi NL æqualis, nempe partium 261647, quare angulus GNO colligetur min. 0'. 39", qui errori maximo GLA eſt æqualis. Angulus verò OGN confiet gr. 89. 59. 21, & ex eo dabitur SGN gr. 90. 0. 39. Quare in triangulo SGN, ubi SN partium eſt 261713 (ſumma nempe ex NK, vel NL, & SK) & GN 261647, elicietur angulus ASL grad. 88. 43, cujus ſupplementum RSA (neglectis fractionibus) erit grad. 91. Cum ergo ætate noſtra Aphelij linea SA ad ſeptimum Capricorni gradum dirigatur (ea ſcilicet Aphelij longitudo eſt e Sole viſa) ſi ex hoc Eclipticæ puncto gradus 91 retro numerentur, reliqua erunt ſigna 6, cum gradibus 6, nempe Libræ grad. 6, ad quem gradum pertinere neceſſe eſt punctum conjunctionis R, e Sole viſum, ut linea aphelij SA cum quem dixi poſitum obtineat. Quapropter neceſſe eſt Stellam F in 6 Arietis gradu verſari, cum illa quam definivimus graduum 87 latitudine. Sed ſi alterius quoque ſemicirculi HBR ratio habeatur (ut haberi par eſt) in quo poſitio SB cum poſitione SG quantùm ad parallaxeon errores attinet, paria præſtat (ſi nempe linea Aphelij SA in linea SB jaceat exiſtente angulo HSB angulo HSG æquali, & tellus in Aphelio tunc reperiatur) invenietur, ſubductis calculis, alius Stellæ poſitus idem præſtans, nempe in ♎ grad. 8. cum eadem latitudine grad. 87. In utraque ergo hac Stella error obveniet maximus, qui uſquam in circulari hypoteſi admitti poſſit in defectum, iſque ſecundorum 39" exiſtente tellure in ipſo Aphelio, nempe die 29. Junii Gregoriani, vel præterpropter.

Neque alia erit ratio ſi maximum errorem exceſſus inveſtigare lubeat;

niſi

niſi quòd pro aphelij linea SA, perihelij linea SP in eò poſitu erit ſtatuenda, qui poſitus ad maximum errorem requiritur, & tellus in ipſo perihelii puncto fingenda, & quæcumque hactenus cum circulo AX præſtita ſunt eadem cum circulo Px præſtanda, punctumque M illud erit, quod puncti G vices obibit. Quæ ſi accuratè ſerventur, prodibit iterum error maximus in exceſſum ſec. 39", Stellæ autem quibus hic error obtinget in ♎ 6, vel ♈ 8, cum latitudine grad. 87, idque eo anni tempore, quo tellus in perihelio verſatur, puta circa diem 29. Decembris Gregoriani.

Etſi autem minimè contemnendus eſt error ſecundorum 39", qui utroque caſu prodit maximus in circulari hypoteſi, conſiderandum eſt tamen nullam ævo noſtro Stellam exiſtere, ſaltem quæ in Auctorum catalogis conſignetur, in qua tantus error conflari poſſit in longitudinis parallaxi; quandoquidem nulla conſignatur quæ latitudinem habens gr. 87 in 6 vel 8 ♈, aut in 8, vel 6 ♎ reperiatur. Quæ enim unica Draconis Stella hac latitudine prædita eſt (Bayro ω) longe ab Ariete, & Libra diſtat, quippe quæ ad ♌ grad. 8 pertinet ex Ricciolis numeris. Neque ullas invenio quæ propius ad ea quæ dixi puncta accedant, quam quæ in eodem Aſtro Bayero notatur δ, latitudinem habens ex Ricciolio gr. 82. 48 cum longitudine ♈ 14; vel quæ ζ, pariter in Dracone, cujus longitudo ♍ gr. 29, latitudo gr. 84 45. Quæ tamen utraque vel ſi eam ipſam accuratam longitudinem habere fingatur, quæ ad errorem maximum requiritur (quod tandem temporum lapſu evenire neceſſe eſt, longè tamen ab ætate noſtra) error tamen ipſe longè minor erit ſec. 39". propter harum Stellarum latitudinem gradibus 87 longè minorem; erit enim in priore earum ſec. 17",, in poſteriore 23" ut ſubductis calculis reperi; Si modò proportio ſemidiametrorum ſphæræ, & orbis annui ea ponatur quam hactenus poſuimus minimam, nempe 10000000 ad 5818; quam quia juſto minorem eſſe valde mihi eſt veroſimile, idcirco ſpondere auſim vix quicquam fortaſſe ullo tempore, certè autem vix hac ætate noſtra, in ulla Stella defectus vel exceſſus errorem admitti poſſe qui ſenſu perceptibilis ſit, ſi neglecta orbis annui excentricitate, ejuſque figura, cum circulari hypoteſi parallaxes longitudinis inveſtigemus.

99. Abſolutas autem parallaxes quòd ſpectat, haud difficulter demonſtrabimus, quæcumque fuerit Stellæ latitudo, errorem maximum in circulari hypoteſi, poſita eadem a conjunctione diſtantia, atque in ellyptica, tunc fore, cum & tellus in aphelij, vel perihelij puncto fuerit & ipſa abſidis linea in eam poſitionem inciderit, qua in triangulo ad Solem, tellurem, & fixam conſtituto angulus ad Solem tantus
Fig. 32. ſit, quantum eſſe oportet angulum ASL ſuperioris figuræ, ut Stellæ in Ecliptica poſitæ maximus ſit error parallaxeos longitudinis: errorem verò ipſum parallaxeos abſolutæ æqualem futurum errori parallaxeos ejuſmodi Stellæ in longitudinem. Supputando autem reperi, cum Stella eſt in ecliptica, errorem maximum parallaxeos longitudinis ALG ſecundorum 2" (retenta ea quam ſępe dixi ſemidiametro-

trorum ratione) & angulum ASL gr. 89. 56. Quapropter quæcumque fuerit Stellæ latitudo, maximus error abſolutæ parallaxeos ex neglecta orbis figura, nuſquam major erit ſecundis 2", & tunc denique tantus erit, quum angulus ad Solem fuerit gr. 89. 56. quod ipſum oſtendit angulum ad tellurem tunc temporis quàm minimum à recto angulo diſcrepaturum (ut patet ſi angulus ad fixam, exiguus ſanè, & duobus minutis non major, unà cum hoc angulo gr. 89. 56, e gradibus 180 ſubducatur) atque adeò punctum orbis annui, in quò maximè errabitur quantùm ad abſolutam parallaxim, quàm minimùm à quadraturæ puncto diſtare, atque in hunc locum neceſſe eſſe, ut aphelium, aut perihelium incidat, quò maximus hic error conſletur ſecundorum 2". Ex quo intelligitur ne hunc quidem errorem (ſanè imperceptibilem) admitti in Stellis aliis, quàm quæ propè ſeptimum Arietis, aut Libræ gradum collocantur.

100. Denique in parallaxibus latitudinis minimum denuò, ac contemnendum diſcrimen intercedere inter circularem atque ellypticam hypoteſim ita planum faciemus. *Fig. 33.*

Coincidat linea apſidum AP cum ſizygyarum linea SLQ, ſitque aphelij punctum A in ipſa oppoſitione, atque in eo puncto tellus ſtatuatur. Ex foco autem S, perihelio propiori, in quo Sol exiſtit, circulus GE deſcribatur intervallo mediæ telluris à Sole diſtantiæ, ſecans AS in G, ut ſit GE orbis circularis, in quo hactenus parallaxes conſideravimus; alii verò duo circuli eodem centro S deſcribantur, AX per aphelij punctum A, & Px per perhihelij P, quorum ille totus extra, hic totus intra ellypſim ATP cadit, ut ſupra (*art. 98*) notavimus. Sit autem SQ ſemidiameter ſphæræ earum fixarum, quæ Soli quàm proximæ ponuntur, nempe ſit SQ partium 10000000, qualium SG 5818. In ea autem ſphæra ſit circulus maximus QF per lineam ſyzygiarum QS ductus, & plano Eclipticæ rectus. In plano FQS per punctum O, quod rectam AG biſecat, erigatur ON ad GA perpendicularis. Jam ſi fiat ut QS 10000000, ad AS (quæ ex dictis art. 98 partium eſt earumdem 5916) ita GS 5818, ad quartam SI, erit hæc partium 3, & IQ partium 9999997; qua biſecta in D, erit ID, vel PQ partium earumdem 4999998. Deſcripto autem ex centro S per punctum D circulo DN, qui perpendiculum ON ſecet in N, junctaque SN, & ea producta ad circulum QF in F, ſi centro N per F circulus deſcribatur, tranſibit hic per puncta A, G, eritque punctum F illud, in quo angulus GFA omnium ad peripheriam QF factorum, & eidem baſi GA inſiſtentium eſt maximus (*art. 96*) Ergo NF (nempe DQ) aut NG partium eſt 4999998; atque OG (ſemidifferentia rectarum SG, SA) partium earumdem 49. Ergo in triangulo OGN rectangulo ad O, ex hiſce datis reperietur angulus GNO min. 0. 2", angulo GAF æqualis; & NGO gr. 89. 59. 58, NGS autem gr. 90. 0. 2", ex quo, & ex data NG, atque NS angulus NSG colligetur gr. 89. 56. Ex quibus liquet conſtituto Aphelio in oppoſitionis puncto, poſitaque in Aphelio tellure, angulum quidem AFG, qui defectus eſt paral-

rallaxeos latitudinis circularis SFG ab ellyptica SFA, non majorem eſſe ſecundis 2 in ea Stellæ F latitudine, in qua angulus ipſe AFG, poſita hac ſemidiametrorum proportione, eſt maximus; Stellam verò eam eſſe, quæ latitudinem habens gr. 89. 56 in Capricorni gradu 7 exiſtat, ad illum ſiquidem Eclipticæ gradum refertur ætate noſtra Aphelij punctum e Sole viſum. Neque diſpari ratione indagabitur error maximus parallaxeos latitudinis in exceſſum, poſita tellure in oppoſitione, ſi in ipſo oppoſitionis puncto perihelium ſtatuatur, eritque hujus erroris quantitas ut antea ſec. 2, & Stellæ latitudo adhuc ferè gr. 89. 56 in ♋ gr. 7. Ejuſmodi autem longitudines ♑ gr. 7. & ♋ gr. 7 cum latitudine gr. 89. 56. in nullam Stellam conveniunt; ſed duæ ψ & ξ Draconis ad eum poſitum præ reliquis omnibus accedunt.

Et quoniam, reliquis manentibus, quò major fuerit SQ eò minor erit angulus GFA (*art.* 97) hinc ſequitur ſi alia quævis ſit Stella f in ampliori ſphæra quàm F, quamcumque habens latitudinem, longitudinem verò eandem atque F, fore ut in ea Stella minor inveniatur error parallaxeos latitudinis, exiſtente tellure in oppoſitione, atque unà in alterutro apſidum, quàm in Stella F ſit inventus, nempe minor ſec. 2.

Quòd ſi tellus in oppoſitione quidem, at non in apſide, vel in apſide at non in oppoſitione ſtatuatur, vel denique ſi utrumque contingat, ut neque in apſide, neque in oppoſitione verſetur; ſemper demonſtrabimus, eadem poſita a conjunctione diſtantia, minùs errari in parallaxi latitudinis, ab eo qui circulari hypoteſi pro ellyptica utatur, quàm in apſidibus, & in oppoſitionis articulo in eadem Stella errari poſſit. Ut ſi Aphelium & tellus ſint in X ducta SX, quæ peripheriam EG ſecet in E, & ductis ex puncto L, in quod perpendiculum e Stella qualibet F demiſſum incidit, rectis LX, LE, deſcribe per X centro L arcum circuli XY qui ſecet LE in Y. Patet ergo EY, differentiam nempe laterum LX, LE, minorem eſſe tertio latere EX, hoc eſt minorem quam GA. Quare minorem angulum ſubtendet in Stella F recta EY, quàm recta GA, preſertim cum punctum E neceſſariò magis diſtet à perpendiculo FL quàm punctum G. Facilè autem intelligitur (*art.* 54. 55) angulum quem in fixa F recta EY ſubtenderet, eſſe errorem parallaxeos latitudinis Stellæ F in hypoteſi circulari, cum nempè tellus in hac hypoteſi fingitur in E, quæ verè eſt in X, in diſtantia eadem à conjunctione PSE, vel PSX; ergo hic error minor eſt angulo GFA, quem recta GA in eadem fixa F ſubtendit, nempe minor eo errore, qui, exiſtente tellure in aphelio, atque in oppoſitione cum fixa F, in hypoteſi circulari admittitur; ac multò etiam minùs errari manifeſtum eſt, ſi tellus in alio quolibet orbitæ ellypticæ puncto T, vel t, præter apſides ipſos ſtatuatur. Omninò itaque ex his intelligitur perinde eſſe in parallaxibus quoque latitudinis, ſive circulari, ſive ellyptica hypoteſi utamur.

CAPUT VI.

De apparenti ſemita, quam in ſphæra Univerſi fixæ deſcribent, ſi annua parallaxi afficiantur.

MUltò faciliùs aberrationes fixarum juxta Æquatorem, & polos Mundi (juxta quas plagas maximè nobis ſunt obſervabiles) animo concipiemus, earumque leges, ac quantitates inveſtigabimus, ſi eas aberrationes contemplemur in immenſa quadam ſuperficie Sphærica Univerſum amplectente, quàm ſi ipſas ſpectemus in planis triangulis quæ in æquatoris plano, vel in planis ad hunc circulum rectis, parallacticos angulos continent, quod in abſolutis parallaxibus, atque in iis, quæ ad Eclipticam referuntur hactenùs præſtitimus. Si autem ſemel oſtenderimus quæ figura ſit, quæque in omnem plagam amplitudo curvæ illius ſemitæ, quam fixæ ſingulæ in ea ſuperficie annuo ſpatio deſcripturæ ſunt, ubi tellus in orbem circa Solem feratur, perſpicuum fiet qua ratione omnia ejus ſemitæ puncta, ſive apparentia Stellarum loca, ad polos diurnæ revolutionis atque ad æquatorem, ſive ad circulos æquatori parallellos referri queant. Id autem ope earum aberrationum, quas hactenus in planis triangulis ſpectavimus, haud difficile aſſequemur.

101. Intelligatur itaque ſphæra EHI omnes planetarum fixarumque Cœlos complexa centrum habens in Sole S, ac tantæ magnitudinis, ut præ illa Firmamentum ipſum, hoc eſt quælibet ſphæra Soli concentrica, per fixam quamvis deſcripta, puncti inſtar habeat; ſitque una quædam ex hujuſcemodi fixarum ſphæris e h i, in cujus ſuperficiei puncto quolibet poſita ſit fixa f. Eſto etiam orbis annuus r t o, cujus planum undequaque productum ſectionem efficiat in ſphæra quidem fixæ circulum e c i, in ſphæra autem Univerſi ACI, qui propterea circuli harum ſphærarum Eclipticam exhibebunt; Erectoque, ex centro s axe Eclipticæ sP, qui in ſphæra fixæ polum Eclipticæ deſignet p, in ſphæra autem Univerſi P, ducatur per hunc axem ſtellamque f planum PFCs, in Univerſi ſphæra circulum latitudinis ſtellæ deſignans PFC, atque in ipſa hujus ſphæra cognominem circulum pfc; Sitque hujuſce plani communis ſectio cum plano Eclipticæ recta r ſ o c C, quæ propterea linea erit ſyzygiarum Stellæ f, atque in ea linea punctum conjunctionis r, oppoſitionis o. Denique juncta r f, eaque quantum opus fuerit ultra f producta ad occurſum ſupremæ ſphæræ in R, cogitemus lineam r f ita rotari, ut immoto manente puncto f, extremum alterum ejus rectæ circulum percurrat r t o, quo ipſo portio rectæ f r ſuperficiem conicam intra ſpæram *Fig. 34.*

c h i,

e h i, portio autem reliqua f R ſuperficiem aliam conicam priori oppoſitam deſcribet. Manifeſtum eſt itaque poſterioris hujuſce ſuperficiei communem ſectionem cum ſuperficie ſphærica EHI, curvam nempe lineam RTO, ſemitam eſſe, quam fixa f in hac ſphæra annuo ſpatio deſcribere videbitur nobis in tellure degentibus. Poſita enim tellure in conjunctione in r, ductaque recta r f R, quæ curvæ punctum R attingat, erit punctum R in quo tunc Stella ſpectabitur, illudque ſanè punctum in ipſam ſectionem curvæ RTO, & circuli PFc incidet. Pariter poſita tellure in oppoſitione o apparebit Stella in O ubi curva RTO eundem circulum PFc iterum ſecat. Denique exiſtente tellure in alio quovis puncto t orbis annui, ductaque t f, punctum illius ſemitæ T quod hujuſce rectæ productio deſignabit, locus erit Stellæ e tellure t viſus; dum interim verus Stellæ locus, qui ſcilicet e Sole ſpectatur, punctum eſt immobile S, in eodem circulo PFC poſitum, quod rectâ Sf, à Sole ſcilicet ad fixam ductâ, & eouſque productâ, definitur.

102. Jam ope curvæ RTO ſingulas parallaxeon ſpecies hactenus explicatas facilè in ſphæræ ſuperficie diſtinguemus. Eſto tellus in t, & huic puncto reſpondeat in curva RTO punctum T, ducaturque ſ t, & per S, T deſcribatur arcus circuli maximi ST. Hic arcus *abſolutam parallaxim* fixæ f metietur, tellure poſita in t. Eſt enim arcus TS menſura anguli S f T, eoquòd punctum f in ſphæra e h i acceptum à centro S ſphæræ EHI nihil differat, cum tota ſphæra e h i cum ſphæra EHI comparata puncti inſtar habeat (*art.* 101) eſt autem angulus S f T angulo ſ f t, illi ad verticem oppoſito, hoc eſt parallaxi abſolutæ, æqualis; ergo arcus ST menſura eſt abſolutæ parallaxeos Stellæ f, tellure poſita in t. Deinde cum verus Stellæ locus ſit S, viſus autem T, ſi ex Polo Eclipticæ P circulus maximus ducatur PT, & per T ex polo eodem P parallelus deſcribatur TK, ſecans circulum PSC in K, manifeſtum eſt angulnm TPK ſeù arcum TK menſuram fore differentiæ inter veram viſamque longitudinem, hoc eſt menſuram *parallaxeos longitudinis*; ac denique arcum SK differentiam eſſe inter veram diſtantiam a polo Eclipticæ PS, ac viſam PT, quæ quidem differentia neceſſario æquatur differentiæ inter viſam veramque latitudinem, atque ita SK *parallaxis eſt latitudinis*.

103. Ubi obſervandum licet punctum O oppoſitionis puncto o, punctum autem R conjunctionis puncto r, & denique punctum T poſitioni telluris t reſpondeat, angulum tamen OST minimè angulo diſtantiæ ab oppoſitione o s t neque angulum RST diſtantiæ à conjunctione r s t æqualem eſſe; niſi ſi tellus t in mediæ inter utramque ſyzygiarum longitudinis punctum incidat, hoc enim caſu anguli OST, RST recti erunt, anguliſque o s t, r s t pariter rectis æquales. Sed hoc caſu excepto eos quos dixi angulos minimè æquales eſſe commodiùs ope figuræ 35 declarabimus, in qua orbis annuus eſt r m o, ejus centrum Sol s, linea ſyzygiarum r s o, punctum conjunctionis r oppoſitionis o, fixa f.

Fig. 35.

Centro enim s ſemidiametro orbis annui deſcripta intelligatur ſphæra,

ra, in qua circulus r h o ſit maximus; diametrum habens lineam ſyzygiarum r o, atque ad planum Eclipticæ ſeù orbis annui r m o rectus ac propterea exiſtens in plano trianguli r f l quod pariter ad Eclipticam rectum eſſe cogitabimus; junctaque s f quæ in eodem erit plano, ſecet hæc circulum r h o in puncto p, & polo p deſcribatur circulus alius maximus h g i ſecans circulum r h o in h, & i. Quoniam ergo maximus circulus r h o ad maximum circulum r m o eſt rectus, erit polus circuli r h o punctum circuli r m o, quod æquè à ſectionibus r, o diſtat, nempe punctum mediæ longitudinis m. Præterea cum circulus h g i polum habeat p, rectus erit ad circulum r h o, qui per p tranſit; quare circulus h g i per circuli r h o polum m tranſibit. Poſita jam tellure in quovis puncto orbis annui t, ſi per puncta t, p, ducatur maximus circulus t g p, ſecans h g i in g, erunt anguli ad g recti. Jungantur rectæ g s, t s, m s. Angulus igitur planus r s t, ſive arcus r t diſtantia eſt telluris in t exiſtentis à conjunctione r; angulus verò h s g, ſive arcus h g, aut angulus ſphæricus h p g eſt circulorum r h p, t g p inclinatio. Quoniam autem in triangulo ſphærico t g m, ad g rectangulo major eſt hypotenuſa t m latere g m; æquales autem ſunt quadrantes m g h, m t r, reſiduus arcus t r reſiduo g h minimè erit æqualis. Diſtantia ergo telluris à conjunctione t r inclinationi planorum r h p, t g p minimè æqualis erit. Eſt autem r h p planum circuli maximi ad Eclipticam recti, per fixam, & Solem ducti, & t g p (juncta t f) idem eſt ac planum trianguli t f s ad tellurem, Solem, & fixam conſtituti, poſita tellure in t. Angulus igitur diſtantiæ telluris à conjunctione inclinationi horum planorum minimè eſt æqualis præterquàm exiſtente tellure t in ipſo puncto mediæ longitudinis m, ubi & angulus h s m, & angulus r s m recti ſunt, ac propterea æquales. Quapropter in figura 34, angulus r s t minimè æqualis erit angulo RST, qui eorum, quæ dixi, planorum inclinationem metitur; plani ſcilicet circuli SR per fixam, & Solem ducti, atque ad Eclipticam recti, cum plano circuli maximi ST, nempe cum plano trianguli S f T, ſive s f t ad Solem, tellurem & fixam conſtituti, niſi punctum t in quo tellus ponitur ſit ipſum punctum mediæ longitudinis inter utramque ſyzygiam r, & o. *Fig. 34.*

104. Nihilò tamen minùs data telluris à conjunctione vel oppoſitione diſtantia, datus ſemper erit angulus RST, quem angulum *diſtantiam à conjunctione reductam* apellabimus, quemadmodum & ejus ſupplementum OST *diſtantiam ab oppoſitione reductam*, & denique angulum MST (ſi punctum M in curva illud ſit quod mediæ elongationis puncto in orbita reſpondet) *diſtantiam à media elongatione reductam*. Reaſſumpta enim figura 35 in triangulo ſphærico g m t rectangulo ad g cum detur arcus m t, nempe diſtantia à puncto longitudinis mediæ (hæc verò datur ex diſtantia nota à conjunctione, vel oppoſitione) cum etiam detur angulus g m t, nempe arcui r h æqualis, qui latitudinis Stellæ po eſt complementum, elicietur trigonometricè arcus g m, puta diſtantia à media longitudine reducta, ſive angulus MST figuræ 34, ex quo & anguli RST, OST innoteſcent. *Fig. 35.*

105. Et viciſſim data diſtantia reducta à conjunctione, vel oppoſitione, ſive angulo RST aut OST figuræ 34, ex quo datur & MST diſtantia reducta a media elongatione, elicietur diſtantia vera r s t à conjunctione, ejuſque ſupplementum o s t diſtantia vera ab oppoſitione. In eodem enim triangulo g m t, dantur ut antea, præter rectum angulum ad g, angulus g m t, complementum latitudinis Stellæ, & arcus g m, diſtantia ſcilicet reducta à media elongatione, ex his ergo trigonometricè elicietur arcus t m, & ex eo dabitur t r, ſive angulus t s r, aut o s t, diſtantia vera a ſyzygia.

106. Cum ergo ex regulis trigonometricis ſit ut radius ad coſinum anguli g m t, nempe ad coſinum complementi latitudinis, hoc eſt ad ipſum ſinum latitudinis, ita tangens t m, veræ diſtantiæ à puncto mediæ elongationis m, ad tangentem g m diſtantiæ ab eodem puncto reductæ, ſupra autem oſtenſum ſit (*art.* 32) radium eſſe ad ſinum latitudinis ad ſenſum ut maxima parallaxis abſoluta ad minimam parallaxim abſolutam, erit ut maxima Stellæ parallaxis abſoluta, ad minimam abſolutam, ita tangens veræ diſtantiæ à puncto elongationis mediæ ad tangentem diſtantiæ reductæ ab eodem puncto. Atque hujuſce analogiæ ope, data ſideris diſtantia vera à media elongatione elicietur diſtantia reducta, aut viciſſim, hac data, illa ſupputabitur.

107. Cœterùm etſi curva illa ſemita RTO, quæ ex conicæ ſuperficiei OfR cum ſphærica EHI ſectione oritur, neque ulla eſſe poteſt e vulgatis conicis ſectionibus, neque alia quæpiam ex iis curvis, quæ in uno plano exiſtunt, oſtendemus tamen eam tam modicè ab ellypſi diſcrepare, ut ad ſenſum ſpectare eam liceat tamquam ellypſim. Si enim intelligatur planum, ſphæram EHI tangens in puncto S, & ſuperficies conica OfR uſque ad occurſum hujuſce plani producatur, cum arcus omnes circuli maximi èx puncto S ad curvam OTR ducti, ut SR, ST, SO (nempe parallaxes abſolutæ Stellæ f *art.* 102) ſint perexigui, neque duobus minutis majores, nullum curvæ punctum magis diſtabit ab ea curva, quæ ex ejus plani, & ſuperficiei conicæ ſectione orietur, quàm exceſſu ſecantis minutorum 2 ſupra radium s t, qui ſanè exceſſus partium eſt 2, haud amplius, qualium radius Sf aut Ss 10000000. Itaque punctum quodlibet curvæ RTO, ut T, cum puncto ejus curvæ quam diximus, in eadem recta f T poſito ad ſenſum coincidet. Hac de cauſa & ſphæricæ ſuperficiei portiunculam, curva RTO comprehenſam veluti planam, & arcus omnes circulorum maximorum intra eam contentos, eorumve arcuum portiones, veluti rectas lineas, & ipſam curvam RTO veluti ſectionem conicam à plano factam ſpectare licebit; quæ quidem ſectio non alia erit quam ellypſis, quippe quæ, & cum utroque latere Rf, Of trianguli per axem OfR ad baſim r t o recti conveniat, neque baſi r t o parallella, neque ſubcontrariè ſit poſita. Cum enim ſectionis planum ſphæram tangat in S, atque adeo rectos cum fs angulos efficiat, nequit planum OTR cum latere Of vel Rf angulum efficere obtuſo angulo r o f (*art.* 5) æqualem.

Fig. 34.

108

108. Quoniam autem parallaxes abſolutæ r f s, o f s in conjunctione ſcilicet, & oppoſitione ad ſenſum ſunt æquales, ne unius quidem ſecundi intercedente diſcrimine (*art.* 28) ac propterea æquales ad ſenſum ſunt arcus OS, RS qui hoſce angulos metiuntur (*art.* 102) punctum S ad ſenſum non diſcrebabit à puncto F quod diametrum ellypſeos OR bifariam dividit, ductæque ex punctis F, S ad idem quodlibet ellypſeos punctum T rectæ lineæ FT, ST in unam rectam coaleſcent, & ſi punctum M illud fuerit in ellypſi RTO, quod mediæ longitudini reſpondet, ductis SM, FM, anguli OST, MST, RST, diſtantiæ ſcilicet reductæ ab oppoſitione, longitudine media, vel conjunctione, ijdem erunt cum angulis OFT, MFT, RFT.

109. Cum ergo recta SM cum recta FM coincidat, ſitque M punctum mediæ longitudinis in curva RTO, angulusque RSM rectus (*art.* 103) rectus erit & RFM. Itaque quoniam ex conicis elementis diameter OR axis eſt ellypſeos RTO, quippe quæ communis eſt ſectio plani ellypſeos cum plano trianguli per axem O f R ad baſim r t o recti, erit MFm axis huic conjugatus, & quidem principalis ſeù major; majorem enim eſſe FM quàm OF, vel FR neceſſe eſt tum ex parallaxeon legibus ſupra traditis, quandoquidem OF, FR parallaxes ſunt abſolutæ in ſyzygiis, FM verò ſeù Fm in mediis longitudinibus ubi omnium ſunt maximæ (*art.* 19) tum etiam ex ipſa conicæ hujuſce ſectionis poſitione; quæ cum ad axem Ss ſit recta, neceſſariò inter parallelam ac ſub contrariam poſitionem incidit, ubi planum trianguli ad baſim recti non majorem, ſed minorem ellypſeos axem in plano conum ſecante determinat.

110. Ex his porrò ſequitur omnium ellypſeon RMO, NDG, quæ in ſpheræ Univerſi ſuperficie à quibuslibet Stellis in eadem ſphæra exiſtentibus deſcribuntur, axes, ſive ſemiaxes majores FM, BD æquales eſſe; incidunt enim in puncta mediarum longitudinum M, D (*art.* 109) ſuntque menſura abſolutarum parallaxeon in iis punctis contingentium (*art.* 102) nempe maximarum (*art.* 19) quæ in omnibus fixis in eadem ſphæra exiſtentibus ſunt æquales (*art.* 17) Minores autem ſemiaxes FR, vel FO, & BN, vel BG, quæ parallaxes ſunt abſolutæ in conjunctione vel oppoſitione, ſive minimæ abſolutarum (*art.* 20. 28) eam ad ſenſum proportionem habere ad majores, quam habet ſinus latitudinis Stellæ ad radium (*art.* 32) ac propterea ſi Stellæ quæ ellypſes RMO, NDG deſcribunt in eadem ſphæra fuerint, earum ſemiaxes minores eſſe ut ſinus latitudinum CF, CB, atque adeo, poſita æquali latitudine, æquales. Itaque fieri, ut Stella in Ecliptica poſita, minor ſemiaxis in unum punctum, & ellypſis in rectam lineam abeat: Stellæ autem in ipſo Eclipticæ polo exiſtentis in circulum faceſſat, & in ijs Stellis, quarum latitudinum ſinus parùm à radio differunt, a circulo ad ſenſum non aberret, quales cenſeri poſſunt quæcumque latitudinem 75 gradibus majorem habent. Duarum porrò ellypſeon GDN, VQY, quæ à duabus Stellis non in eadem ſphæra exiſtentibus, & æqualem vel eandem latitudinem BC ha-

habentibus deſcribuntur, axes, ſeù ſemiaxes majores BD, BQ eſſe reciprocè ut ſphærarum diametros (*art.* 33) minores autem ut majores (*art.* 37) ac propterea ellypſes GDN, VQY inter ſe ſimiles, &, ſi latitudo detur, ſpecie datas (*art.* 32.)

CAPUT VII.

De Parallaxibus ad polos Mundi, & Æquinoctialem circulum relatis.

HIſce paucis de apparenti fixarum ſemita conſtitutis, earum aberrationes ad polos Mundi, atque ad Æquatorem relatas denique conſideremus, diſſimulato adhuc, ut hactenus fecimus, proprio fixarum motu, ſive Æquinoctiorum præceſſione (*art.* 6) nam de hac denique poſtremo loco agendum erit, cum * ad ipſas obſervandi methodos veniemus.

Vide infra art. 143. 158.

Fig. 36.

111. Eſto iterum Univerſi ſphæra EHI, cujus centrum Sol S, axis Eclipticæ SP, in quo polus Eclipticæ P, Stella in f, veruſque ejus locus in Univerſi ſphæra F, per quod punctum tranſeat circulus latitudinis PF, ſitque Colurus Solſtitiorum PLI, & initium Cancri, vel Capricorni I; polus autem Mundi, ſeù diurnæ revolutionis punctum L; & deſcripta intelligatur ellyptica ſemita RTO (*art.* 107) quam Stella f apparenter deſcribit annuo ſpatio ex R per T in O, ejuſque propterea ellypſeos centrum ad ſenſum erit punctum F, axis minor recta OR, coincidens cum circulo PF, cujus extremum O polo P propius, oppoſitionis, reliquum autem R conjunctionis puncto reſpondebit, recta verò Mm rectæ OR perpendicularis, axis major ellypſeos, ejuſque extrema M, m puncta mediis longitudinibus reſpondentia. Per polum autem Mundi L, & centrum ellypſeos F tranſeat circulus maximus LF, ſecans illam inter F, & L in X, ultra F verò in V, ac propterea VX una quædam erit ex ellypſeos diametris.

112. Cum ergo planum circuli maximi XFV per polum Mundi L tranſeat, erit LXV circulus declinationis puncti F, nempe Stellæ ipſius f; eruntque tam puncta S, f quàm arcus ipſe totus VFX, qui ut recta ſpectatur, in hujuſce circuli plano: quapropter quotieſcumque tellus in eodem plano reperietur apparebit Stella in alterutro curvæ puncto X, vel V, in quo ellypſis hunc circulum ſecat, qui circulus cum æquinoctiali circulo ſit perpendicularis, atque in hoc aſcenſiones rectas deſignet, liquet tunc temporis Solem S, Stellamque ex tellure viſos fore in eodem circulo aſcenſionis rectæ cum vero Stellæ loco F; atque hoc quidem bis quolibet anno eventurum; nempe ſemel exiſtente Sole in eodem aſcenſionis ſemicirculo cum Stella, ſemel in oppoſito; & priore quidem caſu futurum ut Sol, ac Stella

ſecun-

ſecundum aſcenſionem rectam jungantur, & Stella appareat in puncto V, altero ſcilicet duorum X, V, quod magis a polo L diſtat, poſteriore autem ut Sol Stellæ juxta aſcenſionem rectam opponatur, appareatque Stella in puncto X, quod polo L eſt propius. Utroque autem caſu eandem futuram loci veri Stellæ F ac viſi V, vel X aſcenſionem rectam, declinationem verò, ſive diſtantiam ab Æquatore, nec non diſtantiam à polo L, quæ hujus eſt complementum, minimè eandem; in conjunctione enim juxta aſcenſionem rectam erit diſtantia viſa a polo Mundi L ſeù declinationis viſæ complementum arcus LV, in oppoſitione autem arcus LX, dum interim vera atque immutabilis Stellæ à polo L diſtantia arcus eſt LF; ac propterea veræ viſæque diclinationis, ſeu diſtantiæ a polo differentia arcus FV, vel FX, æqualis ſcilicet parallaxi abſolutæ Stellæ, quæ tunc in V vel X apparebit (*art.* 102.)

113. Poſita autem tellure in alio quolibet orbis puncto extra planum circuli L F, ut ita Stella in alio ellypſeos puncto quàm X, aut V ex tellure ſpectetur, veluti in T, ducatur circulus maximus LT, & æquatori parallelus TB, ſecans circulum LF in puncto B. Hic jam manifeſtum eſt apparentis Stellæ loci T aliquam eſſe ſecundum aſcenſionem rectam differentiam à vero loco F, tantam nempe quantus eſt arcus BT, vel angulus BLT, qui propterea *parallaxis* erit *aſcenſionis rectæ* in puncto ellypſeos T. Et maximam quidem hanc differentiam forè in eo ſemiellypſeos VMX puncto N, in quo circulus maximus LN, ex polo L ductus, ellypſim tetigerit: ita enim fiet angulus NLF in ea ſemiellypſi omnium maximus, idemque eventurum in alia ſemiellypſi XMV in ejus puncto n, ſi circulus maximus, ex L per n ductus, ellypſim in eo puncto tangat.

114. Sed & illud liquet: poſito, ut antea, apparenti Stellæ loco in puncto quovis T, viſam ejus diſtantiam a polo Mundi L fore arcum LT, arcui LB æqualem, cum tamen vera diſtantia ab eodem polo ſit arcus LF; quapropter horum arcuum duorum differentia FB erit *parallaxis diſtantiæ a polo Mundi*, quæ *parallaxi declinationis*, aut *diſtantiæ ab Æquatore* ſemper eſt æqualis. Quæ ſanè parallaxis nulla foret ſi arcus TB parallelli ex polo L deſcripti, per T ductus, per punctum F tranſiret, ut neceſſe eſt contingere in duobus punctis ellypſeos Q, q, quæ nempe in parallelo per F ducto reperiuntur; Atque hæc puncta Q, q arcum QXq diſterminant ab arcu QVq, in quorum priore viſa a polo diſtantia minor eſt vera, in poſteriori major. Denique ductis circulis duobus Æquatori parallelis, ellypſim tangentibus in G, & D, perſpicuum eſt puncta hæc fore maximæ parallaxeos diſtantiæ à polo Mundi, ſive declinationis, & in altero quidem eorum G, quod polo eſt propius, viſam declinationem maximam, & diſtantiam a polo minimam, in altero verò D viſam declinationem minimam, & diſtantiam a polo maximam apparituram.

115. PROPOSITIO XXIX Data maxima parallaxi abſoluta ſideris poſitione dati, & diſtantia telluris à conjunctione, invenire parallaxim declinationis, atque aſcenſionis rectæ.

Du-

Ducti intelligantur per punctum F, qui locus eſt verus Stellæ in Univerſi ſphæra, circuli duo maximi, alter latitudinis PF, ex polo ſcilicet Eclipticæ P, alter declinationis FL ex polo æquatoris L, tranſeatque per P, & L circulus maximus, nempe ipſe colurus ſolſtitiorum ILP. Quoniam datur Stellæ longitudo, dabitur angulus FPL. Datur autem præterea, complementum latitudinis PF, & arcus PL, maximæ declinationi Eclipticæ æqualis, quare in triangulo PFL dabitur angulus PFL. Eſto ellypſis, quæ à Stella F deſcribitur, RMO, in qua punctum conjunctionis R, oppoſitionis O, mediarum verò longitudinum puncta, M ad ortum, m ad occaſum. Quoniam datur diſtantia Telluris à conjunctione, dabitur diſtantia ejus à puncto mediæ elongationis, quod puncto M, vel m reſpondet; & cum detur præterea Stellæ latitudo dabitur eadem diſtantia reducta (*art.* 104) eſto hujuſce diſtantiæ reductæ angulus MFT, quem cum circulo latitudinis efficit arcus circuli maximi FT, ellypſim ſecans in T. Apparens ergo Stellæ locus eſt punctum T, & parallaxis abſoluta ſideris arcus FT (*art.* 102) quæ propterea dabitur (*art.* 23) ex data latitudine & maxima parallaxi abſoluta. Porro ex angulo PFL, aut illi ad verticem oppoſito VFR, nec non ex dato RFT, complemento ſcilicet inventi anguli MFT, dabitur, eorum additione, vel ſubductione VFT, aut ejus ſupplementum LFT. In triangulo igitur ſphærico TFL, in quo datur latus FT, atque angulus LFT, nec non FL complementum declinationis ſideris, ſeu diſtantia vera à polo Æquatoris invenietur ex trigonometricis præceptis & angulus FLT, parallaxis aſcenſionalis, & LT, diſtantia viſa ab eodem polo, cujus differentia à vera diſtantia LF erit parallaxis declinationis q. e. i.

Fig. 36.

116. *Corollarium* 1. Si per punctum T ex polo L deſcribatur arcus paralleli TB, ſecans arcum LF (ubi opus fuerit productum) in puncto B, punctum hocce vix ad ſenſum diſcrepabit ab eo puncto, in quod incidet arcus circuli maximi ex T, ad LF perpendiculariter ducti, modò diſtantia LF Stellæ à polo L ſemiſſe gradus non ſit minor, id quod computo ſum expertus, poſita FT (ut maximé) min. 2 & angulo LFT recto. Si diſtantia LF erat gradus unius, prodibat error ſec. 3, ſi dimidii gradus ſec. 5; ac multo adhuc minores errores, iiſdem poſitis diſtantiis, reperiri neceſſe eſt, ſi vel FT minor fuerit min. 2, vel angulus LFT obliquus. Communiter ergo errorem hunc negligere licet, præſertim, quòd vix ulla è Stellis inſignioribus intra eos fines ad polum accedere poſſit. Omnium maximè acceſſura eſt aliquando ad ipſum polaris Stella, ac minimam ab eo diſtantiam habitura min. 27; cui diſtantiæ errorem competere inveni ſec. 6, haud ampliùs, ſi modò maxima ejus parallaxis abſoluta ad min. 2 pertingat. Hac de cauſa in parallaxi declinationis inveſtiganda arcum paralleli TB pro arcu circuli maximi, ad LF normalis, uſurpare integrum eſt, atque ipſum arcum FB tamquam declinationis parallaxim ſumere; id quod computi in hac propoſitione traditi compendium ſuggerit; cum enim arcus omnes circulorum maximorum intra ellyp-

ſim

ſim mOMR contentorum, ſcrupulis primis 4 non majores ſint, atque adeo pro rectis lineis tractari poſſint, parallaxim declinationis FB ex triangulo rectilineo FTB, ad B rectangulo, data FT, cum angulo TFB, faciliùs ſupputabimus.

117 *Corollarium* 2. In eodem triangulo rectilineo FTB, iiſdem datis, parallaxim quoque aſcenſionalem inveniemus in partibus ijſdem, in quibus FT datur, nempe in ſcrupulis circuli maximi, ſi rectæ lineæ TB quantitatem in ijs partibus ſupputemus; ſed ut vera parallaxis aſcenſionalis menſura habeatur, hæc ſcrupula ipſa in partes paralleli TB redigenda erunt, cujus paralleli portionem TB circulo maximo congruere fingimus; erunt enim hæ ipſæ partes menſura anguli FLT, qui parallaxis eſt aſcenſionalis. Reductio verò in partes paralleli TB facilè obtinebitur, ſi fiat ut paralleli ſemidiameter, nempe ut ſinus viſæ diſtantiæ Stellæ à polo LT (hæc diſtantia habetur ſi parallaxis declinationis inventa FB addatur, vel dematur, pro eo ac opus eſt, veræ diſtantiæ à polo LF) ad radium, ita numerus partium circuli maximi in BT inventus, ad quæſitum numerum partium paralleli, quas eadem BT continet, quæque parallaxim aſcenſionalem FLT metiuntur; atque hìc quoque, ſubductis rationibus expertus ſum nil ferè ad ſenſum errari, ubi Stella ultra gradus ſemiſſem à polo L diſtiterit.

118. *Corollarium* 3. Si Stella in ipſa conjunctione, aut oppoſitione aſcenſionali verſetur, nempe in V, vel X, coincidet FT cum FV, vel FX, tumque nullus erit angulus parallaxeos aſcenſionalis LFT. Id vero contingit, cum Telluris diſtantia reducta à conjunctione, vel ab oppoſitione longitudinali æquatur angulo PFL, quem angulum circuli duo, latitudinis, ac declinationis continent. Parallaxis autem declinationis hoc caſu erit ipſa abſoluta parallaxis FX, vel FV.

119. PROPOSITIO XXX Data parallaxi declinationis, aut aſcenſionis ſideris poſitione dati in data diſtantia Telluris à conjunctione, vel ab oppoſitione, maximam abſolutam parallaxim invenire.

Manentibus iis, quæ ſuperiori propoſitione diximus, ac poſito, ut antea apparenti loco Stellæ in T, dabitur eadem methodo, qua ibi uſi ſumus, angulus LFT. Tum in triangulo ſphærico TFL, cum vera à polo diſtantia FL, cum ipſo angulo TFL, atque angulo FLT, ſi modò detur parallaxis aſcenſionalis, aut certè cum arcu LT, ſi datur parallaxis declinationis (eſt enim LT viſa diſtantia à polo L, quæ ex vera LF, & parallaxi ipſa declinationis conflatur) invenietur latus FT, nempe abſoluta parallaxis Stellæ, in T apparentis; cum hac verò, ac Stellæ latitudine, dabitur (*art.* 21) maxima abſoluta parallaxis. qu. e. i.

120. *Corollarium*. Ex iis, quæ hac, atque antecedenti propoſitione dicta ſunt, colligere licet, qua ratione parallaxes declinationis, ac ut plurimùm etiam aſcenſionis, in plano per rectas lineas exhiberi poſſint. Si enim ellypſis Stellæ MOmR, juſta axium proportione ſervata, in plano deſcribatur, atque in ea diameter VX ad ſemiaxem minorem OR debitè inclinetur, eo nempe angulo, quem circulus declinatio-

 nis

nis cum circulo latitudinis in Stella efficit, demiſſo e quovis ellypſeos puncto T ad diametrum VX perpendiculo BT, hujuſce perpendiculi diſtantia a centro ellypſeos BF parallaxi declinationis, ipſum verò perpendiculum TB parallaxi aſcenſionis reſpondebit, eo tempore quo Stella in puncto T verſabitur; hoc eſt, ſi ſemiaxis major MF tot partes circuli maximi habere intelligatur, quot habet Stellæ parallaxis maxima abſoluta, habebit FB tot earundem partium, quot parallaxis declinationis Stellæ cum hæc in T apparet; ac pariter TB tot earumdem partium continebit, quot continet parallaxis aſcenſionalis, ſi tamen hæc quoque in eadem partium ſpecie exprimatur, non verò, quemadmodum exprimi ſolet, in partibus paralleli ſui TB, quæ anguli FLT ſunt menſura. Quod ſi ergo e duobus, aut pluribus ellypſeos punctis T, N ejuſmodi perpendicula demiſſa ſint, ut TB, NZ, rectæ quidem FB, FZ rationem eandem inter ſe ſe perpetuò habebunt, quam parallaxes declinationis Stellæ in punctis T, N poſitæ; non item verò rectæ BT, NZ parallaxeon aſcenſionalium, ſeu angulorum TLF, NLF rationem ſervabunt; niſi forte tam exiguæ ſint, atque inter ſe ſe proximæ, ac tanta præterea centri ellypſeos F à polo diſtantia FL, ut ex reductione partium circuli maximi, quæ in BT, ZN, continentur, ad partes parallelorum BT, ZN, ipſis ſingulis congruentium, ipſarum proportio ad ſenſum non turbetur. Inveni autem ſubductis calculis (quos brevitatis ſtudio omittam) proportionem illam nuſquam ad ſenſum turbari poſſe, ubi Stellæ diſtantia à polo FL fuerit graduum præter propter ſex. Propterea in ijs Stellis, quæ ultra grad. 6 à polo Æquatoris diſtant, integrum eſt proportionem rectarum BT, ZN pro vera ipſarum parallaxeon aſcenſionalium TLF, NLF proportione uſurpare; in alijs verò Stellis polo propioribus haud æquè tutum.

121. LEMMA V Si in Ellypſi cujuslibet Stellæ duæ quævis ſemidiametri conjugatæ ductæ ſint, KC, GC, diſtantiæ veræ Telluris à puncto mediæ elongationis A, vel B diſtantijs reductis BCK, ACG reſpondentes, ſimul ſumptæ circuli quadrantem æquabunt.

Fig. 40.

Deſcripto enim circulo ADB, cujus diameter ipſe Axis primarius ellypſeos AB, & ordinatis ad AB, IKM, FGL, cum ex natura ellypſeos MK ſit ad MI ut minor ſemiaxis CE ad majorem CD; ſint vero MK, MI ut tangentes angulorum MCK, MCI, quorum ille eſt diſtantia reducta à media elongatione B, pertinens ad punctum K, erit (*art.* 102. 106.) MCI diſtantia vera Telluris ab elongatione media, eidem puncto K reſpondens. Eodem pacto oſtendetur angulum LCF eſſe veram diſtantiam Telluris à media elongatione A, puncto G reſpondentem. Quoniam verò diametri KC, GC conjugatæ ſunt, erit (ex ellypſeos proprietate) angulus ICF rectus, atque adeo anguli ICM, FCL ſimul ſumpti recto æquales. qu. e. d.

Fig 37.

122. PROPOSITIO XXXI In Ellypſi cujuslibet fixæ puncta definire, in quibus cum ipſa ſpectabitur maxima futura ſit aſcenſionis rectæ parallaxis.

Eſto

Eſto ellypſis, quæ à fixa deſcribi videtur RMO, cujus centrum F, in quo puncto Univerſi ſphæra LF à plano ellypſeos tangitur (*art.* 107) eſto præterea polus Mundi L, & LF maximus ejus ſphæræ circulus cum quo coincidat diameter ellypſeos VFX, illa ſcilicet in cujus extremo altero V conjunctio, in altero oppoſitio, ſecundùm aſcenſiones contingit (*art.* 112) Axis autem major eſto Mm, minor OR, qui cum circulo latitudinis coincidet, eritque ejus extremum O, quod polo eclipticæ eſt propius, in quo oppoſitio, R remotius, in quo conjunctio contingit ſecundum longitudines. Ducatur ſemidiameter ſphæræ SL, producaturque donec occurrat rectæ VFX productæ in puncto E, eritque punctum E in ipſo ellypſeos plano. Denique ducatur recta EN, Ellypſim tangens in N, quod punctum in ipſam ſphæræ ſuperſiciem cadere fingimus, quandoquidem ab ea quàm minimùm diſtat (*art.* 107) Per puncta verò L, N, tranſeat maximus circulus LN, ac jungatur SF. Dico punctum N illud eſſe, in quo maxima contingit parallaxis aſcenſionis rectæ Stellæ F.

Si enim ductæ intelligantur rectæ SN, LN, erit triangulum SNL in eodem plano cum circulo maximo NL. Atqui in plano eodem trianguli SNL eſt etiam triangulum SEN, quòd recta LE in directum ſit ipſi SL; triangulum igitur SEN in plano eſt circuli maximi LN. Quoniam ergo recta EN communis eſt ſectio plani SEN cum plano ellipſeos, erit EN communis ſectio plani circuli maximi LN cum eodem ellypſeos plano; ac propterea cum EN ellypſim tangat in N, planum circuli maximi LN, ex polo mundi L ducti, ellypſim tanget in N. Eſt ergo (*art.* 113) punctum N illud, in quo maxima accidit Stellæ F parallaxis aſcenſionalis; eademque ratione invenietur punctum aliud n, ſi ex altera parte diametri FX alia recta ducatur ex puncto E, quæ Ellypſim tangat. Quare &c.

123. *Corollarium*. 1. Quoniam ſemiaxis MF æqualis eſt maximæ parallaxi abſolutæ ſideris (*art.* 102) quæ minuta 2 non excedit (*art.* 3) ſemidiameter autem FX ſemiaxe MF minor eſt, erit arcus FX minor minutis 2; & in partibus radii erit FX minor tangente minutorum 2, nempe minor partibus 5818, qualium radius SF 10000000. Si ergo tangens FE anguli diſtantiæ à polo Mundi FSL fuerit ſaltem partium 349208, nempe ſi Stella F duobus, ut minimùm, gradibus à polo L diſtiterit, erit ratio FE ad FX major quam 349208 ad 5818. Eſt autem ex proprietate tangentis ellypſeos, ut FE ad FX ita FX ad FB (ducta ſcilicet NB ad diametrum FX ordinata) ergo FX ad FB majorem rationem habet quam 349208 ad 5818, quæ fere eſt ratio 350 ad 6. Quoties ergo diſtantia Stellæ à polo Mundi non minor fuerit grad. 2, punctum B quamminimùm diſtabit à puncto F. Quare ſi ducatur diameter iFI, diametro VFX conjugata, puncta N, I fere coincident, atquæ adeo ſumere licebit maximæ parallaxeos aſcenſionalis puncta N, n incidere in ipſa extrema diametri iFI, quæ diametro VX eſt conjugata.

124. *Corollarium* 2. Ex his deducere licet methodum ad pernoſcendam ma-

maximarum parallaxeon aſcenſionalium tempora, tametſi abſolutæ Stellarum parallaxes ignorentur, in iis ſaltem Stellis, poſitione datis, quæ ultra gradus 2 à polo Mundi abſunt. Quoniam enim datur angulus OFX, quem efficit circulus latitudinis OF cum circulo declinationis XF, dabitur ejus complementum ad quadrantem ſeu diſtantia reducta à longitudine media mFX. Quæratur (*art.* 104) diſtantia vera Telluris à puncto longitudinis mediæ, huic diſtantiæ reductæ reſpondens; & complementum ejus ad quadrantem erit (*per lemma art.* 121) diſtantia Telluris ab alio puncto mediæ elongationis m, quo tempore Stella in i verſabitur, cum maxima parallaxi aſcenſionali. Ex hac ergo diſtantia, & Stellæ longitudine tempus ipſum facilè reperietur. Longitudo verò Telluris, ſive Solis, pertinens ad punctum aliud maximæ parallaxeos aſcenſionalis I, priori longitudini e diametro opponetur. Vel breviùs quæratur punctum Eclipticæ eandem, vel oppoſitam cum Stella aſcenſionem rectam habens. Eæ erunt Solis longitudines, quibus diebus nulla eſt parallaxis aſcenſionalis Stellæ; puncta verò Eclipticæ hinc inde quadrante diſtantia, quibus diebus maximæ parallaxes aſcenſionales evenient.

125. *Corollarium 3.* Niſi alter axium Ellypſeos cum diametro VX coincidat, anguli XFI, XFi, quos diameter conjugata iFI, cum diametro XFV efficit, minimè æquales erunt, atque ipſæ parallaxes aſcenſionales in I, & i minimè æquales, ſed major quæ ad punctum I pertinebit, ubi angulus XFI eſt acutus, licet in Stellis, quæ à polo ultra grad. 6. diſtant, perexiguum diſcrimen futurum ſit, & quod ſenſu minimè percipi poſſit, ut ex articulo 120 colligitur.

126. *Corollarium* 4. Cum axis minor OF circulo latitudinis perpetuò congruat, atque Eclipticæ polum ſpectet, nequit cum diametro VX, polum Mundi ſpectante, congruere, niſi idem circulus maximus per Stellam F ductus utrumque hunc polum reſpiciat; hoc eſt niſi ſit ipſe ſolſtitiorum colurus. Axis autem major Mm cum minori axi ſit normalis, nequit cum diametro VX polum Mundi reſpiciente convenire, niſi circulus declinationis Stellæ circulo latitudinis ſit perpendicularis. Ex hoc patet in Stellis ſingulis, quæ vel in coluro ſolſtitiorum exiſtunt, vel in quibus circulus declinationis circulo latitudinis ad rectos angulos occurrit, parallaxim maximam aſcenſionalem utrimque æqualem eſſe, in reliquis omnibus ex parte anguli acuti XFI nonnihil majorem quàm ex alia.

127. *Corollarium* 5. Haud difficulter autem invenietur curva linea in ſuperficie ſphæræ, in quam curvam omnia puncta incidunt, quorum circulus declinationis latitudinis circulo eſt perpendicularis. Eſto polus *Fig.* 38. Eclipticæ P, æquatoris L, curva quæſita PKL, in qua punctum quodvis K, & arcus circulorum maximorum declinationis, ac latitudinis, ad punctum illud pertinentium, LK, PK. Quoniam ergo rectus eſt angulus LKP, erit ex regulis trigonometricis tangens hypotenuſæ PL ad tangentem utriuslibet perpendiculi PK ut radius ad coſinum anguli KPL, huic perpendiculo adjacentis. E centro ſphæræ S educ rectas

ctas SP, SK, SL, quæ poſtrema occurrat in T plano AGMB ſphæram in P tangenti, SK verò eidem plano occurrat in R, junctæque TP, RP erunt tangentes arcuum PL, PK. Eſt ergo PT ad PR ut radius ad coſinum anguli ſphærici KPL. Atqui hic angulus eundem habet ſinum cum angulo plano TPR, ipſi analogo, ac propterea & coſinum eundem; Ergo PT ad PR ut radius ad coſinum anguli TPR. Porrò (demiſſo ex R in PT perpendiculo RN) radius eſt ad coſinum anguli TPR ut PR ad PN; Ergo PT ad PR ut PR ad PN. Juncta ergo RT, rectus eſt angulus TRP, & punctum R ad ſemicirculum, diametro PT deſcriptum. Ergo punctum K eſt in ſuperficie Coni, cujus vertex S, baſis PRT. Unde conſtructio: Per polos Eclipticæ, & Æquatoris P, L ducantur radii ſphæræ SP, SL, ac per eorum polorum alterutrum P ducatur planum GB, ſphæram tangens in P, radius verò SL producatur ad hujuſce plani occurſum in T. Juncta TP, deſcribatur ea diametro circulus PRT, quo tanquam baſi, vertice S, deſcribatur conica ſuperficies. Communis hujuſce ſuperficiei ſectio cum ſuperficie ſphæræ erit curva quæſita PKL, in cujus punctis ſingulis K circulus declinationis LK cum circulo latitudinis PK angulos rectos efficiet, Stelliſque omnibus, in curva PKL poſitis ea convenient, quæ præcedenti corollario diximus.

128. *Corollarium 6.* Ex dictis etiam ſequitur Stellarum in eadem ſphæra exiſtentium, atque eandem a Mundi polo diſtantiam habentium, maximam aſcenſionis parallaxim illi Stellæ contingere, quæ in ipſo coluro ſolſtitiorum PLI coſtituta fuerit, nempe cujus longitudo ad Cancri vel Capricorni initium pertineat, maxima enim Ellypſeos diameter, nempe axis major, ea erit, quæ in ejuſmodi Stellis maximum parallaxeos aſcenſionalis angulum in polo Mundi ſubtendet. *Fig. 36.*

129. *Corollarium 7.* Stellæ autem cujuslibet aſcenſionalem parallaxim, maximarum, quas ulla ætate ſubire poſſit, maximam, ea ætate illi contingere, qua ipſa verſabitur in ſectione K coluri ſolſtitiorum, ac circuli Eclipticæ paralleli, quem Stella percurrit uKk, quæ ſectio duarum u, k polo Mundi L propior fuerit.

130. *Corollarium 8.* Cum autem omnium Ellypſeon axem primarium eundem habentium (nempe à Stellis in eadem ſphæra exiſtentibus deſcriptarum) & quarum centrum in coluro ſolſtitiorum ſit poſitum, ea maximum angulum ad polum Mundi ſubtendat, quæ polo Mundi propior fuerit, liquet omnium omnino Stellarum, in eadem ſphæra exiſtentium, illi parallaxim maximam aſcenſionalem contingere, quæ omnium in coluro ſolſtitiorum poſitarum polo Mundi quamproxima fuerit; modo nulla extra hunc poſita minorem habeat à polo Mundi diſtantiam.

131 *Corollarium 9.* Facilè etiam patet ex hactenus dictis ſi duæ Stellæ in eadem ſphæra extiterint, quarum alterius diſtantia à polo Eclipticæ diſtantiæ alterius à polo Mundi æqualis fuerit, hæc verò poſterior in ſolſtitiorum coluro ſit poſita, fore ut maxima hujus parallaxis aſcenſionalis maximæ illius parallaxi longitudinis ſit æqualis.

132. *Corollarium* 10. Denique perſpicuum eſt parallaxes aſcenſionum rectarum multò majores eſſe poſſe parallaxibus abſolutis ejuſdem Stellæ; cum enim hæ nuſquam minuta duo excedere ponantur, aliqua tamen ſemidiameter ellypſeon à Stellis deſcriptarum angulum ad polum Mundi ſubtendere poteſt minutis duobus longè majorem, qui angulus erit parallaxis aſcenſionalis. Id autem non diſſimili ratione intelligitur, quàm articulis 85, & 88 parallaxes longitudinis abſolutis parallaxibus longè majores eſſe poſſe declaravimus.

133. PROPOSITIO XXXII Maximæ parallaxeos declinationis puncta in ellypſi cujuslibet Stellæ, nec non puncta, in quibus nulla eſt hæc parallaxis reperire.

Fig. 39.

Eſto ellypſeos diameter VX, quæ cum circulo declinationis LF coincidit. Per centrum F ducatur ad eam diametrum perpendicularis Q q, & diametro Q q conjugata fiat GD, ellypſi occurens in G, D. Dico puncta G, D ea eſſe quibus maxima contingit parallaxis declinationis Stellæ F.

Quoniam enim recta QFq perpendicularis eſt diametro VX, coincidet ad ſenſum cum portione paralleli, ex polo L per F deſcripti (*art.* 116) ac propterea (*art.* 114) in punctis Q, q nulla erit parallaxis declinationis. Deinde quoniam GD diameter eſt, diametro q Q conjugata, ſi per G, D ducantur rectæ GY, DZ, ipſi diametro Q q parallelæ, tangent hæ rectæ ellypſim in punctis G, D. Quapropter ferè coincident ipſæ GY, DZ cum arcubus parallelorum ex polo L deſcriptorum, atque ellypſim tangentium. Puncta ergo contactuum G, D puncta ſunt maximarum parallaxeon declinationis (*art.* 114) qu. e. i.

134. *Corollarium* 1. Jam ergo ut tempora prænoſcantur, quibus datæ Stellæ F nulla erit parallaxis declinationis, quoniam recti ſunt anguli OFM, XFQ, erit datus angulus OFX angulo MFQ æqualis, quæ diſtantia eſt reducta à puncto mediæ elongationis M, quo tempore Stella apparet in Q nullam habens declinationis parallaxim. Ex diſtantia ergo reducta MFQ ſupputetur (*art.* 106) vera telluris diſtantia ab eo puncto mediæ elongationis, quod puncto M reſpondet, & ex data Stellæ longitudine habebitur longitudo telluris, ſive Solis eo tempore, ac propterea tempus ipſum dabitur. Longitudo verò Solis pro alio puncto q erit inventæ longitudini ex diametro oppoſita.

135. *Corollarium* 2. Ad invenienda porro tempora maximarum parallaxeon declinationis, quoniam mox inventus eſt angulus QFM, atque ex eo vera diſtantia Telluris à puncto mediæ elongationis M, quo tempore Stella in Q apparet, diſtantiæ hujus complementum ad quadrantem (*per lemma art.* 121.) reſpondebit veræ diſtantiæ ab alia elongatione media m, quo tempore Stella in D apparet cum maxima declinationis parallaxi. Ex quo, & Stellæ ipſius longitudine, dabitur eo tempore longitudo Solis, atque adeo tempus ipſum. Huic porro longitudini diametraliter oppoſita erit, quæ ad oppoſitum punctum G pertinebit.

Fig. 36. 136. *Corollarium* 3. Si alteruter axium cum diametro VX, hoc eſt cum cir-

circulo declinationis Stellæ, congruat, hoc eſt ſi Stella vel in coluro ſolſtitiorum vel in curva PKL (ea lege deſcripta quam articulo 127 tradidimus) reperiatur, puncta nullius parallaxeos declinationis in ipſa extrema alterius axis incident, & puncta maximæ parallaxeos declinationis in extrema axis ipſius, qui cum declinationis circulo congru t. Quapropter parallaxes maximæ declinationis accident in ipſa conjunctione, atque oppoſitione aſcenſionali; nulla verò erit parallaxis ſecundum declinationem in intermediis longitudinibus, æquè ab utraque hac phaſi diſtantibus. Et in coluro quidem conjunctio aſcenſionalis cum conjunctione, vel oppoſitione longitudinali coincidet, quemadmodùm & oppoſitio aſcenſionalis cum oppoſitione, vel conjunctione longitudinali; in curva vero PKL ſyzygiæ aſcenſionales in medias elongationes longitudinis incident.

137. *Corollarium* 4. Stellarum omnium in eadem ſphæra exiſtentium, atque in curva PKL poſitarum, maximæ parallaxes declinationis æquales erunt. Cum enim in ejuſmodi Stellis axis major ellypſeos cum circulo declinationis KL congruat, ac ſemiaxis major ſit ipſa maxima parallaxis declinationis, majores verò ſemiaxes in ellypſibus omnium Stellarum in eadem ſphæra exiſtentium (maximæ ſcilicet earum parallaxes abſolutæ) æquales ſint, perſpicuum eſt maximas quoque declinationis parallaxes æquales fore.

138. *Corollarium* 5. Stellarum omnium in eadem ſphæra exiſtentium, atque eandem à polo Mundi diſtantiam habentium, ea minimam ſortietur parallaxim declinationis, quæ in coluro ſolſtitiorum reperietur ad partes à polo Eclipticæ remotiores. Hæc enim Stella cum omnium in ea diſtantia à polo Mundi conſtitutarum maximè à polo Eclipticæ remota ſit, hoc eſt minimam latitudinem habeat, minimum quoque obtinebit axem ellypſeos ſecundarium, & cum in coluro ſolſtitiorum reperiatur, eum ipſum axem ad polum Mundi obvertet, eritque ejus axis dimidium menſura maximæ parallaxeos declinationis ejus Stellæ.

139. *Corollarium* 6. Maxima parallaxis declinationis FY nuſquam minor eſſe poteſt maxima parallaxi latitudinis FO; eſt enim FY, propter tangentem GY, neceſſariò non minor quam diameter FX, quæ ipſa diameter non minor eſt axe minore ellypſeos FO.

140. *Corollarium* 7. Nuſquam tamen maxima parallaxis declinationis FY major eſſe poteſt maxima parallaxi abſoluta FM. Eſt enim tangens GY diametro FY perpendicularis: facilè autem demonſtrabitur: ſi tangens ellypſim ejus diametrum quamlibet perpendiculariter ſecet, portionem hujuſce diametri, inter centrum, & ſectionem interceptam, minorem eſſe ſemiaxe majore ellypſeos.

141. *Corollarium* 8. Quoniam autem maxima parallaxis declinationis, quum axis major ellypſeos ad polum Mundi obvertitur, eſt ipſe ſemiaxis major, ſeu maxima parallaxis abſoluta (*art.* 136) numquam verò axis major ad polum Mundi obverti poteſt, niſi Stella ſit in curva PKL (*art.* 127.) liquet Stellarum omnium in eadem ſpæra exiſtentium maximam parallaxim declinationis in iis fore maximam,

 quæ

quæ in curva PKL verſantur. Omnes ergo quarum diſtantia à polo Eclipticæ PK minor eſt gradibus 23. 29. (nempe arcu PL inter polos Mundi, atque Eclipticæ intercepto) aliquando parallaxes declinationum nanciſci poſſunt maximarum maximas, (ſi cum iis comparentur, quæ in eadem ſphæra exiſtunt) neque aliæ præterea.

Plura quæ addi poſſent omitto, ut ad ipſas methodos parallaxeon obſervationibus inquirendarum tranſeam, cujus rei gratia hunc tractatum conſcripſi. Tabellam tamen præmittam, cujus ope ex data longitudine invenitur latitudo, vel ex latitudine longitudo punctorum, quæ in curvam PKL incidunt, ut appareat quæ Stellæ quovis tempore majores ellypſeon axes ad polum Mundi obvertant.

Tabella duplex, cujus ope ex data longitudine invenitur latitudo, atque ex latitudine longitudo punctorum ſphæræ, in quibus circulus declinationis circulo latitudinis eſt perpendicularis.

Diſtantia data Stellæ à coluro ſolſ. in lon.	Latitudo quæſita	
Gr.	G.	′
0	66	31
5	66	36
10	66	50
15	67	14
20	67	47
25	68	30
30	69	23
35	70	25
40	71	36
45	72	56
50	74	24
55	76	0
60	77	44
65	79	36
70	81	34
75	83	36
80	85	41
85	87	50
90	90	0

Latitudo Stellæ data		Diſtantia quæſita Stellæ a coluro ſolſti. in longi.	
G.	′	G.	′
66	31	0	0
67		12	19
68		21	34
69		27	56
70		33	6
71		37	35
72		41	36
73		45	17
74		48	42
75		51	55
76		54	59
77		57	54
78		60	43
79		63	25
80		66	3
81		68	37
82		71	8
83		73	35
84		76	0
85		78	23
86		80	44
87		83	4
88		85	23
89		87	42
90		90	0

In priore tabula ſi pro diſtantia à coluro in longitudinem detur in ſiniſtra columna diſtantia ab eo in aſcenſionem, rectam invenietur in dextra pro latitudine declinatio.

In poſteriore verò tabula ſi pro latitudine detur in ſiniſtra columna declinatio, invenietur in dextra pro diſtantia à coluro in longitudinem diſtantia ab eo in aſcenſionem rectam.

CAPUT VIII.

De Stellarum aberrationibus obſervandis; & cum annua parallaxi conferendis, ac primùm in declinationem.

OMnes Stellarum fixarum aberrationes, quotquot illis quacumque ex cauſa contingunt, triplici potiſſimum obſervationum genere deprehendi poſſunt; vel enim in declinationibus ſe ſe produnt, vel in aſcenſionibus, vel denique in apparentibus intervallis, quibus fixæ inter ſe diſtant; nam longitudinis, aut latitudinis obſervationem hìc non memoro, quod neutra immediatis menſuris definiri ſoleat, ſed demùm ex ipſis declinationibus, aſcenſionibus, aut diſtantiis trigonometrica ratione deduci. Sed diſtantias quod attinet, & difficile eſt eas (præſertim ubi majores ſint, quàm quæ micrometro captari queant) menſuris adeo exquiſitis comprehendere, ut minima augmenta aut decrementa diſtinguantur, ac longè difficilius methodos excogitare, quarum ſubſidio certum feramus judicium, quatenus earum anomaliæ cum annuæ parallaxeos legibus conſpirent, propter magnam, quæ hìc intervenit, caſuum varietatem, præſertim ſi non omnes fixas pari intervallo à Sole diſſitas, ſed, quod longè eſt veroſimilius, alias aliis remotiores ſtatuamus. Omiſſis ergo diſtantiis, hoc capite de declinationibus, proximo autem de aſcenſionibus dicam.

142 Declinationum obſervatio nihil difficultatis habet, eſt enim eadem, quæ meridianarum altitudinum. Sed cum in hac re, quam agimus, ſumma requiratur ſubtilitas, ſatius eſt immobilibus inſtrumentis Stellam perſequi quàm mobilibus; neque tam id ſpectare ut declinationis abſoluta quantitas præfiniatur, quàm ut hujuſce ipſius quantitatis variatio diverſis anni temporibus accuratè inveſtigetur. Aptiſſimi huic obſervationum generi videntur arcus murales ex metallo fabrefacti, ac teleſcopio, in arcus centro volubili, inſtructi, quibus ad tranſitus aſtrorum omnium per meridianum notandos, atque unà ad captandas eorum altitudines communiter Aſtronomi utuntur. Sed nihil aptius ſimplici teleſcopio prælongo, cui ferreus, vel auricalceus ſit tubus, ad parietem firmum, neque valde recenter extructum cochleis adſtricto,

atque

atque in Stellam intento. Nec porro neceſſe eſt ut teleſcopii axis cum meridiani plano congruat, ſed ad punctum quodlibet, per quod Stella tranſeat, dirigi poterit, modo ut in ea altitudine nihil aut minimum quiddam ab refractionum inconſtantia metui poſſit. Intra hocce teleſcopium in communi lentium foco, vel micrometrum, vel fila aliquot tenuiſſima inter ſeſe æquidiſtantia, intendenda ſunt, atque ita componenda, ut æquinoctiali quoque circulo, atque adeo diurnis Stellarum itineribus æquidiſtent, quod ex eo dignoſcitur, ſi Stella diurno motu unum aliquod e filis centro ſuo percurrat. Cæterum declinationum differentiæ pro ſingulis obſervationibus facilè colligentur ex nota in partibus circuli filorum intercapedine, per vulgatas methodos.

143. Jam ut ex hiſce obſervationibus conſtare poſſit, an aliqua ſit Stellæ aberratio, ac ſi quæ fuerit, an eas leges ſervet, quas de annua parallaxi, e telluris motu orta, hactenùs demonſtravimus, primùm omnium ex Aſtronomicis rationibus prænoſcendum eſt, quæ Stellæ ipſi conveniat annua declinationis variatio, propter punctorum æquinoctialium præceſſionem, quam in univerſa hac parallaxeon contemplatione hactenus diſſimulavimus. Et ſi verò in Copernici hypoteſi præceſſio hæc minime Stellas afficit, ſed polum ipſum æquatoris loco movet, ac circum Eclipticæ axem lentiſſimè adverſus ſignorum ſeriem in gyrum convertit; tamen qui in hiſce ſchematibus declinationum, atque aſcenſionum mutationes, ex ea cauſſa ortas contemplari voluerit, melius imaginationi conſulet, ſi polum, ac cum eo æquatorem, coluros, parallelos, ac declinationum circulos immobiles fingat, Stellis verò ipſis tantumdem motus tribuat in circulis Eclipticæ æquidiſtantibus juxta ſignorum ſeriem; atque ad ſingularum translationem, ellypſes ſingulas, quarum illæ centrum occupant, transferri cogitet, ita quidem ut harum ſecundarii axes perpetuò Eclipticæ polum reſpiciant. Cæterum quæ cuique Stellæ ex hac cauſſa congruat annuæ variationis menſura ſecundùm declinationes, quamproximè inveſtigare licet ſimplici hacce analogia, cujus demonſtrationem brevitatis gratia omittam: ſi nempe fiat ut radius ad ſinum complementi anguli Eclipticæ cum meridiano, in eo Eclipticæ puncto, quod cum Stella culminat, ita ſcrupula ſecunda 51 (qui motus eſt Stellæ annuus in longitudinem) ad declinationis variationem quæſitam, quæ quidem variatio in ſemicirculo Eclipticæ aſcendente ſive a ♑ ad ♋ Stellam polo æquatoris boreo perpetuò admovet, atque adeo declinationem borealem auget, auſtralem minuit, in oppoſito autem ſemicirculo oppoſitum præſtat. Quamquam ſi de inſigniori quapiam Stella agatur, ab omni ſupputatione nos liberant copioſiſſimi fixarum Catalogi, ab recentioribus Aſtronomis editi, in quibus Catalogis conſignari ſolent, quæ cuique congruunt declinationis incrementa, aut decrementa ad annos aliquot, utputa ad 10, 60, vel 100; unde nullo negotio annuæ ſingularum variationes eruuntur. Ex hiſce autem promptum eſt definire, quæ variationis menſura ſit eo tem-

poris

poris intervallo, quod à prima obſervatione ad alias ſingulas intercedit, ac juxta eam menſuram declinationum differentiæ ex obſervationibus elicitæ corrigendæ erunt; ne forte Stellæ aberrationi adſcribamus, quod Firmamenti ipſius motui aut verò, aut certè apparenti tribuendum eſt.

144. His præmiſſis deſcribatur ellypſis RMOm, cujus ſemiaxis primarius MF ad ſecundarium RF eam rationem habeat, quam radius ad ſinum latitudinis Stellæ, ut ita RMOm ſemitam exhibeat, quam Stella juxta Copernici hypoteſim annuo motu in ſuprema ſphæra peragrare videbitur, quemadmodum art. 101, ac ſequentibus demonſtravimus. Ejus ellypſeos ſuperiorem medietatem, quam ab inferiori dirimit axis primarius Mm, ad ſeptentriones ſpectare cogitabimus, inferiorem ad meridiem; ac pariter dextram medietatem, quam ſecundarius axis OR a ſiniſtra diſterminat, orientalem eſſe, ſiniſtram occiduam, nempe eodem poſitu, quo partes hæ ſingulæ apparerent ſpectatori cœleſtem ſphæram exterius intuenti, atque ad Boream converſo. Porro extremitatem illam ſecundarii axis, quæ Stellæ locum in conjunctione viſum indicat, littera R, quæ verò in oppoſitione littera O notabimus, ac pariter in axe primario extremum M illud erit, in quo Stella conſpicietur tempore mediæ elongationis poſt conjunctionem ſuccedentis, m verò illud in quo verſabitur tempore alterius elongationis mediæ, quæ oppoſitionem ſubſequitur. Quapropter cum ex iis, quæ ſupra tradita ſunt conjunctionis punctum ab eo Eclipticæ polo, ad quem Stella vergit, remotius eſſe debeat, quàm oppoſitionis, in Stellis quidem Borealibus literam R inferiori, ac literam O ſuperiori ſecundarii axis extremo adſcribemus, in auſtralibus verò oppoſitum ſervabimus; ſed in utriſque literam M extremitati dextræ, nempe ortivæ, axis primarii, ac literam m ſiniſtræ, ſive occiduvæ apponemus, ut motus Stellæ perpetuò ex R per M ad O, m procedat, ac circa conjunctionis tempus directus ſit, propè oppoſitionem verò retrogradus, id quod omnibus Stellis ita contingere articulo 73 oſtendimus. *Fig.* 41. 42. 43. 44. *Fig.* 41. 43. *Fig.* 42. 44.

145. Poſt hæc angulum ſupputabimus, quem circulus declinationis cum latitudinis circulo in Stella efficit, ex iis, quæ art. 115. dicta ſunt; ac quoniam ſecundarius axis OR cum circulo latitudinis congruit, ellypſeos diametrum ducemus VX ejus anguli quantitate ad OR inclinatam, ut hoc pacto ipſa VX declinationis circulo reſpondeat, atque ad æquatoris polos dirigatur; Ubi notandum in iis Stellis, quæ ad deſcendentem Eclipticæ ſemicirculum referuntur nempe a ♋ ad ♑ diametrum VX ita inclinandam eſſe, ut extremum ejus, quod in ſchemate ſuperius eſt, ad occaſum vergat, inferius ad ortum, contrà atque in oppoſito ſemicirculo puta a ♑ ad ♋, dumodo angulus, quem circuli latitudinis, ac declinationis, inter ſe comprehendunt, quique polorum Eclipticæ, atque æquatoris diſtantiæ ſubtenditur, acutus ſit, ſi enim obtuſus fuerit, oppoſita ratione agendum erit, ſed hunc caſum in hiſce figuris quatuor non expreſſimus. Perpetuò autem lite- *Fig.* 41. 42. *Fig.* 43. 44.

literam V extremitati illi diametri VFX adnotabimus quæ extremitas conjunctionem aſcenſionalem indicabit, nempe ſi acutus eſt is quem dixi angulus, quæ conjunctionis longitudinalis puncto R eſt propior, ſin obtuſus, quæ remotior; ac denique literam X oppoſitæ ejuſdem diametri extremitati adſcribemus, quæ oppoſitionem aſcenſionalem ſignificet; atque ex conſtructione ipſa hoc pacto apparebit, utra diametri VX extremitas ad Boreum æquatoris polum, utra ad Auſtralem dirigatur.

146. Denique ad ſingularum obſervationum tempora ſubducta Stellæ longitudine e longitudine Solis, habebitur diſtantiam Telluris à conjunctione in longitudinem, ex quo facile apparebit quæ ſit diſtantia à propiore puncto elongationis mediæ. Si ergo fiat (*art.* 106) ut maxima parallaxis abſoluta Stellæ ad minimam abſolutam, nempe ut ſemiaxis primarius MF ad ſecundarium RF, ita tangens hujuſce diſtantiæ ad quartum numerum, habebitur diſtantia reducta ab eodem elongationis mediæ puncto. Ex hac autem apparens Stellæ locus T in unaquaque obſervationum invenietur, ſi nempe ducatur ellypſeos ſemidiameter FT, angulum efficiens cum ſemiaxe MF (aut cum mF) diſtantiæ huic reductæ æqualem, in eo quidem ellypſeos quadrante, in quo eam ſemidiametrum ducendam eſſe ſupputatio ipſa docebit. *Fig.* 41.

Quamquam, & abſque calculis angulum diſtantiæ reductæ, atque apparentem Stellæ locum in ellypſi definire licet, ſi tantùm ſuper ejus axe primario mM circulus deſcribatur mBM, fiatque in centro F angulus MFC (in eo quadrante ellypſeos, quem data diſtantia à conjunctione requirit) æqualis diſtantiæ à media elongatione, demiſſo enim ex C in mM perpendiculo CL, ellypſim ſecante in T, erit angulus MFT diſtantia reducta ab eadem elongatione media, & punctum Ellypſeos T ipſum quod quæritur.

147. Nunc ergo ex ſingulis punctis T, t, ad ſingula obſervationum tempora utrovis pacto definitis, in diametrum VX (productam ubi opus fuerit) perpendiculares demittantur TN, tn; ita enim diametri portiones Nn, nn ad ſenſum declinationum differentias oſtendent, quæ differentiæ inter primam obſervationem, & unam quamlibet aliarum intercedent, ſi Stellæ aberratio annuæ parallaxeos leges ſervaverit, aut certè earum differentiarum ſpeciem, ac proportionem (quemadmodum ex articulo 110 colligitur) quæ quidem proportio ex data ſpecie ellypſeos, atque angulo OFX, necnon punctorum T, t poſitionibus computo definiri poteſt, vel faciliùs, in figura accuratè deſcripta, circino explorari; unde perſpicere jam licebit an obſervationes cum hypoteſi illa reapſe conſentiant. Verùm praxim hanc univerſam, perſpicuitatis gratia, exemplis aliquot illuſtremus.

148. Exemplum I. Anno 1669 Hookius, referente Glamſtedio in epiſtola ad Valliſium, in Collegio Greshamenſi (ejus loci latitudinem definit ipſe Flamſtedius grad. 51. 31. 40.) ſimplici teleſcopio pedum 36, cujus objectivum ad tectum conclavis ingenioſis artibus obfirmaverat, lucidam Stellam in capite Draconis, quæ Bayero litera γ notatur,

tur, pluries obſervans, diſtantias ejus à vertice, ſeptentrionem verſus deprehendit, quæ ſequuntur.

		'	''
Die	6 Julii	2	12
	9 Julii	2	12
	6 Auguſti	2	6
	21 Octobris	1	48 vel 50.

Variatio annua declinationis Stellæ (quæ in Catalogo Britannico eſt 25 Draconis) minor eſt uno ſecundo ſcrupulo, atque adeo hìc negligenda; propterea obſervationes nulla correctione egent. Sumpta igitur recta MF arbitrariæ longitudinis pro ſemiaxe majore deſcribendę ellypſeos, ejus ratio ad minorem ſemiaxem RF ponenda erit (*art.* 144) quæ radij ad ſinum latitudinis Stellæ graduum 74. 58; nempe ut 100 ad 97. Cum porro latitudo Stellæ ſit Borealis, adſcribenda erit nota conjunctionis R inferiori extremitati axis ſecundarii OR, ac nota oppoſitionis O ſuperiori. Ex longitudine vero Stellæ ♐ 23, & diſtantia ejus à polo Boreali Eclipticæ graduum 15, nec non ex diſtantia polorum Eclipticæ, & æquatoris grad. 23. 29, fit angulus circuli declinationis Stellæ cum circulo latitudinis gr. 4. 30; quapropter ducenda eſt ellypſeos diameter VX, ad axem ſecundarium RO inclinata grad. 4. 30, ita quidem ut ejus diametri pars ſuperior in occaſum vergat, inferior in ortum (*art.* 145) quandoquidem Stella ad deſcendentem Eclipticæ ſemicirculum pertinet. *Fig.* 45.

Jam verò ad tempus primæ obſervationis, quæ habita eſt die 6 Julij (nempe in Calendario Gregoriano die 16) longitudo Solis ♋ 24, e qua ſubducta Stellæ longitudine ♐ 23 fit diſtantia Telluris à conjunctione graduum 211, ac propterea locus Stellæ incidit in quadrantem ellypſeos Om, qui à conjunctionis puncto R eſt tertius, ordinem ineundo orientem verſus per R, M, O, m, ut ſupra declaravimus. Cum ergo diſtantia Telluris à conjunctione ſit graduum 211, ejus diſtantia à puncto elongationis mediæ, quæ oppoſitionem ſubſequitur, ac puncto m reſpondet, erit grad. 59. Fiat jam ut Fm ad FR, nempe ut 100 ad 97, ita tangens grad. 59 ad quartum numerum, quæ tangens erit grad. 58. 11, cui angulo æqualis ponendus erit mFT, ut habeatur punctum in ſemita ellyptica T, locus ſcilicet Stellæ apparens in prima obſervatione.

Omiſſa porro ſecunda, in qua Stellæ poſitus à priori vix ad ſenſum diſcrepat, invenietur in tertia, diei ſcilicet 6 Auguſti (nempe 16 Gregoriani) longitudo ſolis in ♌ 24, diſtantia Telluris à conjunctione graduum 241, locus Stellæ apparens t iterum in tertio quadrante Om, diſtantia Telluris à puncto mediæ elongationis grad. 29, & angulus tFm grad. 28. 16.

Denique in poſtrema obſervatione diei 21 Octobris Juliani, ſive 31 Gregoriani, locus Solis ♏ 8, diſtantia Telluris à conjunctione grad. 315, ac proinde Stellæ apparens locus H in ultimo ellypſeos quadrante mR, diſtantia Telluris ab elongatione media m grad. 45, atque angulus HFm grad. 44. 8.

De-

Demiſſis igitur ex punctis T, t, H in diametrum VX perpendicularibus TN, tn, Hp, rectæ Nn, Np ad eas plagas ſe extendent, eamque rationem inter ſeſe habebunt, quam differentiæ declinationis Stellæ à prima ad reliquas duas obſervationes ex annuæ parallaxeos hypoteſi, habituræ ſunt.

Apparet autem in hoc exemplo obſervationes ab hypoteſi minimè diſſentire. Primùm enim aberrationum plaga convenit; ſiquidem puncta obſervationibus reſpondentia in figura N, n, p ab extremo X diametri VX (quòd extremum in hac Stella Boreale eſt) magis ac magis ordine recedunt, ac diſtantiam Stellæ à polo Boreali poſt diem 6. Julii perpetuò augeri debuiſſe oſtendunt, quod obſervationi ipſi congruit, quandoquidem Stella, quæ inter verticem ac polum Boreum culminabat, perpetuò ad verticem accedere viſa eſt. Deinde ſi linearum Nn, Np longitudines ſupputentur, vel circino definiantur, invenietur Nn vix minor quarta parte ipſius Np; ex obſervatione verò pars erat ejus præcisè quarta, quandoquidem declinatio Stellæ, ſive diſtantia ejus à vertice à die 6 Julii, cui reſpondet punctum N ad 6. Auguſti, cui punctum n, decrevit ſec. 6, à die verò 6 Julii ad 21 Octobris, in puncto p, ſecundis 24, quemadmodum obſervationum numeros ſupra poſitos conferenti liquet; ut ſi unius ſecundi error fingatur in obſervatione diei 6 Auguſti, ut diſtantia à vertice fuerit 2′. 5″ pro 2.′6″ (quem ſanè errorculum evitare vix, ac ne vix quidem poſſibile arbitror) omnia ad unguem ſint conſenſura.

149. Quoties autem obſervationes cum hypoteſi, congruere apparet, ſcire licet (*art.* 116) rectas lineas FN, Fn, Fp, quæ à cenrro ellypſeos ad ſingulas perpendiculares intercedunt, eſſe ipſas parallaxes declinationis Stellæ ad ſingularum obſervationum tempora, quibus temporibus diſtantia telluris à conjunctione, aut ab oppoſitione Stellæ data eſt; quapropter ſi exdatis figuræ earum longitudines computentur in iis partibus, quarum ſemiaxis major poſitus eſt 100., deinde hæ partes ex notis menſuris ſcrupulorum circuli, quæ longitudinibus Nn, Np reſpondent, in ejuſmodi ſcrupula & ipſæ convertantur, maximam abſolutam Stellæ parallaxim FM exinde colligere promptum erit, ea methodo quam articulo 119 tradidimus. Quamquam faciliùs hæc ipſa parallaxis maxima in figura accuratè deſcripta inveſtigari circino poterit ex linearum Nn, vel Np ad ſemiaxem MF proportione.

Ut in hoc exemplo quoniam Np, quæ differentia eſt declinationis à prima obſervatione ad poſtremam, reperitur circino præterpropter 156 earum partium, qualium MF 100, partibus vero illis 156 reſpondent ex obſervatione ſcrupula ſecunda 24, erit MF, maxima nempe Stellæ parallaxis abſoluta, ſcrupulorum ſecundorum 15 circiter. Unde & diſtantia Stellæ à Sole, ſive ſphæræ, in qua ipſa verſatur, ſemidiater eruetur, ſi fiat (*art.* 17) ut ſinus ſcrup. 15. ad radium ita ſemidiameter orbis annui ad quæſitam diſtantiam, quæ propterea erit ejuſmodi ſemidiametrorum 13755.

150.

150. Exemplum II. Celebris in primis eſt apud Aſtronomos annua illius Stellæ aberratio, quæ polaris dicitur, atque in extremo caudæ Urſæ minoris ſita eſt. Ejus aberrationis, à ſeipſo primum detectæ, meminit Picardus in itinere Uranoburgico. Eandem Flamſtedius Grenovici murali arcu in meridiani plano diu obſervavit, ex anno 1689 ad 1697, quarum obſervationum numeri extant in epiſtola ejus ad Valliſium. Ex hiſce obſervationibus eas ſeligemus, quæ anno 1696 habitæ ſunt, quippe omnium poſtremas, ac maxime accuratas.

1696		Diſtantiæ Stellæ a vertice in inferiori parte diurni ejus parallelli		
		G.	′	″
Januarii	13	40	49	45
Maii	8	40	50	20
Decembris	2	40	49	25
		In parte ſuperiori.		
Julii 14	16	36	10	55
Decembris	2	36	11	35

Variatio hujuſce Stellæ annua in declinationem, ex æquinoctiorum præceſſione, ſecundorum eſt 20, quibus ad polum Boreum accedit. Ex die igitur 13 Januarij ad diem 8 Maij acceſſus eſſe debuit ſec. 7., atqui ex obſervationibus horum dierum receſſiſſe videtur ab ea plaga ſec. 35; ergo abſoluta ejus aberratio hoc tempore ſec. 42 ad Auſtrum. Eadem ratione ex die 13 Januarii ad diem 2 Decembris acceſſiſſe debuit ad polum ſec. 18; ex obſervationibus acceſſit ſec. 20; igitur aberratio ſec. 2 Boream verſus. Denique ex die 14 vel 16. Julii ad diem 2 Decembris acceſſus ad polum ex æquinoctiorum præceſſione obtingit illi ſec. 8. fuit autem ex obſervationibus ſec. 40; omninò igitur aberravit ſec. 48 ad Boream.

Latitudo Stellæ Borealis grad. 66. 4, propterea (*art.* 144) ratio ſemiaxis primarij FM ad ſecundarium FR ut 100 ad 91, ac punctum conjunctionis R in extremo inferiore hujuſce axis, oppoſitionis O in ſuperiori, ſitum eſt. Longitudo Stellæ ad hunc annum ex Catalogo Britannico ♊ 24. 20, unde angulus circuli declinationis cum circulo latitudinis ex parte Boreali grad. 76. 18, cui æqualis ponendus eſt angulus OFX ortum verſus (*art.* 145) quòd Stella ad ſemicirculum Eclipticæ aſcendentem ſpectet, ac ducenda diameter XV cujus extremum ſuperius polum Mundi Boreum reſpiciet. *Fig.* 46.

Jam in obſervatione d. 13 Januarij Juliani, nempe 23 Gregoriani, longitudo Solis ♒ 4, longitudo Stellæ ♊ 24; quare diſtantia Telluris à conjunctione grad. 220, atque à media elongatione grad. 50. Propterea locus Stellæ T in tertio quadrante ellypſeos Om, & diſtantia a media elongatione reducta, angulus ſcilicet TFm, grad. 47. 19.

Die 8 Maij Juliani, ſcilicet 18 Gregoriani, Sol in ♉ 29; diſtantia Telluris à conjunctione grad. 335, ab elongatione media grad. 65; locus Stellæ t in tertio quadrante mR, & angulus mFt, diſtantiæ reductæ ab elongatione media grad. 63. 3.

Die

Die 14 Julij, puta in Calendario Gregoriano die 24; Sol in ♌ 2; diſtantia à conjunctione grad. 38, ab elongatione media grad. 52. Locus Stellæ H in primo quadrante RM; angulus diſtantiæ reductæ MFH grad. 49. 21.

Denique die 2 Decembris Juliani, ſeu 12 Gregoriani, Sol in ♐ 21; diſtantia Telluris à conjunctione grad. 177, ab elongatione media grad. 87, locus Stellæ G in ſecundo quadrante MO, & angulus diſtantiæ reductæ MFG grad. 86. 42.

Demiſſis porrò in diametrum VX normalibus TN, tn, Hp, Gq, facile apparet in hoc exemplo Stellæ aberrationes minimè eam legem ſervare, quam annuæ parallaxeos rationes requirunt. Receſſus enim à polo Boreo ex die 13 Januarii ad diem 8 Maij, juxta parallaxeon leges, nempe recta Nn, longe minor eſt recta Nq, quæ acceſſum ad eundem polum indicat ex die 13 Januarij ad diem 2 Decembris, cum tamen ex obſervatione receſſus ille ad hunc acceſſum rationem eam habuerit, quam 42 ad 2, ut numeri ſupra poſiti oſtendunt. Quinimò in obſervatione diei 14, vel 16 Julii ipſa aberrationis plaga parallaxibus annuis repugnat, ab ea ſiquidem die ad 2 Decembris aberravit Stella ex obſervatione ſec. 48. ſeptentrionem versùs, ex figura vero perſpicuum eſt parallaxium ordinem requirere ut aberret quantitate recte pq meridiem versùs. Alia igitur errorum hujuſce Stellæ perquirenda videtur cauſſa, quàm annua Telluris circa Solem converſio.

Id ipſum verò de hac Stella & Picardus animadverterat, & Jacobus Caſſinus luculenter demonſtravit in commentariis Regiæ Scientiarum Academiæ Pariſienſis anni 1699, ex contemplatione ſectionum, quas ipſa ſphærica ſuperficies, in qua Stella collocatur, efficit cum ſuperficiebus cilindrorum quorundam, qui cilindri ab axibus Eclipticæ, atque Æquatoris deſcribuntur, dum Tellus in orbe annuo circumfertur. Ex quo theorematum noſtrorum cum Viri ſummi methodo conſenſus apparet.

151. Exemplum III. Eundem conſenſum confirmabibus obſervationibus aliis ab ipſo Caſſino de Sirii Stella ſubtiliſſimè habitis, quarum ſumma enarratur in ejuſdem Academiæ commentariis anni 1717. Uſus eſt autem ad eas obſervationes ſimplici teleſcopio pedum 3, cujus immobilis erat poſitus in plano meridiani, altitudinum variationes æſtimans ex craſſitudine fili horizontalis in teleſcopij foco poſiti, ſecundorum 5 vel 6, atque e Stellæ ipſius apparenti diametro, ſecundorum pariter 5. Maxima altitudo notata eſt die 9. Julij 1714, qua die Stella ſuperiorem fili partem (quæ ſcilicet teleſcopio duabus lentibus convexis inſtructo inferior apparet) perſtringebat. Diſtabat ergo Stellæ centrum à medio craſſitudinis fili intervallo ſummæ ſemidiametrorum ipſius fili, ac Stellæ nempe ſec. 5 tert. 30. die 5 Octobris per ipſum craſſitudinis illius medium, ac teleſcopij centrum incedebat. Die 29 Decembris infimam fili partem perradere videbatur, propterea ab ejus medio diſtabat iterum ad plagam oppoſi-

tam

ſitam ſec. 5. tert. 30. A prima ergo obſervatione ad ſecundam imminuta erat Stellæ altitudo ſec. 5 tert. 30, à prima ad tertiam ſec. 11.

Ut haſce obſervationes tres (aliis interim omiſſis) expendamus, quoniam ex ipſius Caſſini computo augmentum annuum declinationis Sirii, quæ Auſtralis eſt, ſive annuum altitudinis decrementum, eſt ſecundarum 2 tert. 30, ſcire licet decrementi hujuſce menſuram a die 9. Julii ad diem 5 Octobris, fuiſſe dimidii ſecundi; ab eadem vero die 9. Julii ad diem 29. Decembris, ſecundi unius; quapropter aberratio Stellæ correcta à prima ad ſecundam obſervationem fit ſecundorum 5, à prima ad tertiam ſec. 10, utraque ad meridiem.

Latitudo Sirii meridionalis graduum eſt 39. 33, atque adeo ejus ellypſeos ſemiaxis primarius MF ad ſecundarium RF ut 100 ad 63, hujuſque extremum R, conjunctionem indicans (ut in Stella meridionali) ſuperiorem, oppoſitionis vero punctum O inferiorem poſitum obtinet. Longitudo Stellæ in ♋ 10, unde prodit angulus circuli declinationis cum circulo latitudinis RFV grad. 4. 9, ac diametri VX, declinationis circulo congruentis, pars ſuperior FV in occaſum propendet, quòd Stella ad ſemicirculum Eclipticæ deſcendentem referatur. *Fig.* 47.

In prima obſervatione, die 9 Julii habita, longitudo Solis ♋ 17; unde diſtantia Telluris à conjunctione grad. 7, atque à longitudine media grad. 83, & locus Stellæ apparens T in quadrante à conjunctione primo orientem verſus, qui quadrans eſt RM, atque angulus diſtantiæ reductæ MFT grad. 78. 58.

In obſervatione ſecunda diei 5 Octobris Sol in ♎ 12, diſtantia Telluris à conjunctione grad. 92, a longitudine media grad. 2, locus Stellæ t in ſecundo quadrante MO, angulus diſtantiæ reductæ MFt grad. 1. 16.

In poſtrema obſervatione diei 29. Decembris Sol in ♑ 8; diſtantia à conjunctione grad. 178, a longitudine media grad. 88, locus Stellæ H iterum in ſecundo quadrante MO, angulus diſtantiæ reductæ MFH grad. 86. 50.

Demiſſis in diametrum VX perpendiculis ex punctis T, t, H, quorum perpendiculorum poſtremum in ipſum punctum X ad ſenſum incidit, apparet differentias declinationum Stellæ Nn, Nx, ex annuæ parallaxeos lege definitas, cum obſervationibus conſentire, quemadmodum Caſſinus ipſe propria methodo uſus invenerat; nam poſt obſervationem primam & perpetuò Stella deprimi viſa eſt Auſtrum verſùs, ut figura requirit, & differentia declinationis à prima ad ſecundam dimidia fuit differentiæ à prima ad tertiam, quemadmodum Nn dimidia, aut certe pauxillò plus quam dimidia eſt ipſius NX.

Ex his ergo obſervationibus definire licet maximam abſolutam parallaxim Sirii, ejuſque ſphæræ circa Solem ſemidiametrum. Quoniam enim in hac figura recta NX circino reperitur 122 ferè earum partium, quarum ſemiaxis primarius FM 100, partibus vero illis 122 reſpondent ex obſervatione ſecunda ſcrupula 10, utique ipſi FM ſe-

cunda 8 reſpondebunt; atque hæc erit maxima Stellæ parallaxis abſoluta. Quare ut ſinus ſecundorum 8 ad radium, ita orbis annui ſemidiameter ad diſtantiam Sirii à Sole, quæ idcirco prodit earumdem ſemidiametrorum 25773. Caſſinus parallaxim abſolutam in conjunctione, vel oppoſitione definit ex hiſce obſervationibus ſecundorum 6, unde fit maxima parallaxis abſoluta ſecundorum 9, unius ſecundi diſcrimine ab hoc computo.

152. Cæterum ad aberrationes fixarum ſecundùm declinationem maniſeſtiùs dignoſcendas, ac quam certiſſimè fieri poteſt cum annuis parallaxibus comparandas, opportuniſſima ea ſunt anni tempora, quibus parallaxis declinationis Stellæ maxima eſt, tum verò quibus nulla, declinatio enim Stellæ, tempore nullius parallaxeos obſervata, media eſſe debet inter maximam, ac minimam declinationem, quæ duæ declinationes in maximarum parallaxeon tempora convenire debent, quod ſi ergo id contingat, & plagæ conſentiant (id quod in Caſſinianis Sirii obſervationibus, tertio hoc exemplo perpenſis ferè accidit) hypoteſi fidem aliquam conciliare poterit. Qua autem ratione, ea, quæ dixi tempora de Stellis ſingulis prænoſci poſſint, articulis 134, 135 declaravimus, ac jam exemplo aliquo planum faciemus.

Ut ſi de Arcturi Stella hæc perquirere lubeat, deſcribatur ellypſis MOmR, cujus primarius ſemiaxis MF ad ſecundarium FR eam rationem habeat quam radius 100 ad ſinum 51 latitudinis Arcturi, quæ graduum eſt 30. 57 Borealis. In ea ellypſi conjunctionis punctum ex inferiori parte ſitum R, oppoſitionis ex ſuperiori O. Ducatur etiam diameter VX, circulo declinationis congruens, cujus ſuperior medietas in occaſum vergit, quòd Stella ad ſemicirculum Eclipticæ deſcendentem pertineat, & angulus OFX, ex memorata Stellæ latitudine, atque ejus longitudine ♎ 20, deductus, graduum eſt 23. 56, ejuſque diametri VX ſuperiori extremo adſcribatur litera X, quæ oppoſitionem aſcenſionalem indicat, inferiori autem V, quæ conjunctionem aſcenſionalem. *Fig.* 48.

Poſtmodum ad diametrum VX per ellypſeos centrum F perpendicularis agatur Qq, ac diametro Qq conjugata fiat Tt (hujus autem poſitio facilè habetur ſi tantùm intra ellypſim ducatur recta quævis pp, ipſi Qq parallela, ac biſecetur in e, deinde per F agatur tFeT) erunt enim (*art.* 133) puncta T, t ellypſeos ubi Stella apparebit, quibus anni temporibus maxima illi ſecundùm declinationem parallaxis obtinget, ac puncta Q, q quibus nulla. Ut ergo hæc tempora ſingula inveniamus, quoniam angulus RFV graduum eſt 23. 56, ſuntque RFM, VFQ recti, erit & MFQ grad. 23. 56, ac propterea ſi fiat (*art.* 106) ut minima parallaxis Stellæ abſoluta FR ad maximam FM, nempe hoc caſu, ut 51 ad 100, ita tangens anguli gra. 23. 56, ad quartum numerum, habebitur tangens veræ diſtantiæ Telluris à media elongatione M, quæ diſtantia puncto Q reſpondet, graduum 40. 35, in ſecundo quadrante ellypſeos, ac propterea diſtantia à conjun-

junctione grad. 130, 35; quibus ſi Stellæ longitudo addatur, nempe ♎ grad. 20 fiunt gradus 330. 35 ab initio ♈, ſive ♓ grad. 1, puncto Q reſpondens, quam equidem longitudinem Sol obtinet die 20 Februarij Gregoriani; in oppoſito autem puncto q erit longitudo Solis gr. 1 ♍, quæ in diem 25 Auguſti Gregoriani convenit. Per hæc ergo tempora, ſi modo Arcturi aliqua ſit aberratio, parallaxeon annuarum legibus reſpondens, eam aberrationem (quòd declinationem Stellæ attinet) evaneſcere neceſſe eſt, atque apparentem declinationem mediæ menſuræ inter maximam, ac minimam reperiri, deducto quod æquinoctiorum præceſſio poſtulat.

In punctis vero T, t ubi maxima erit parallaxis declinationis, neceſſe eſt tellurem quadrante circuli diſtare à longitudinibus illis, quæ punctis Q, q reſpondent, quemadmodum ex lemmate articuli 121 colligitur; ex quo fit longitudo Solis pro puncto T grad. 1 ♊, ac pro puncto t grad. 1 ♐; nempe diebus 23 Maij, ac 24 Novembris anni Gregoriani maxima Stellæ ſecundùm declinationem parallaxis obtinget, imo eadem ad ſenſum ad plures dies ante, ac poſt hoſce terminos ſervabitur, quòd Stella, propter rectas TN, tn ellypſim in iis locis tangentes, in illis quaſi hæreat, neque diſtantiam à polis Æquatoris ad ſenſum mutet. Ac die quidem 23 Maij in T maxima erit aberratio Stellæ ad Boream, die vero 24 Novembris in t maxima ad Auſtrum, id quod ſchema ipſum declarat.

153. Stellarum quoque delectus nonnihil conferre poteſt ad hanc indaginem majori cum ſpe ſuſcipiendam, ſi nempe ad ejuſmodi obſervationes ex præ cæteris eligantur, quæ omnium in eadem ſphæra exiſtentium maxima e parallaxeon legibus declinationis diſcrimina ſubeunt, quales præſertim articulo 141 eas eſſe oſtendimus, quæ in perimetro curvæ lineæ ibidem deſcriptæ verſantur, aut quæ ab ipſa non longè diſtant. Tabellam etiam ſubjecimus cujus ope ex longitudine Stellæ utcùmque ſumpta latitudo, vel ex hac (*majori tamen grad. 66. 31.*) illa elici poteſt, ut, ſi cui lubeat, curva ipſa in planiſphærio, aut in globi artificialis ſuperficie delineari queat. Eæ porro Stellæ in Urſæ minoris, Draconis, aut Cephei imaginibus, vel prope eas imagines quærendæ ſunt. Quamquam ſatis commodæ in hunc uſum cenſeri poſſunt quæcumque intra 25, aut 30 gradus à polo Eclipticæ diſtant, atque eò commodiores, quò earum latitudinis circulus majori angulo ad declinationis circulum inclinatur, æquali exiſtente latitudine.

Quòd ſi earum quoque diſtantiæ à Sole rationem habeamus, conjectare licet eas, quæ majores, aut lucidiores apparent propiùs ab hocce Solari ſyſtemate abeſſe, unde eas ſpectamus; ac propterea ſi qua Stellarum inerrantium generi contingit annua parallaxis ſenſu perceptibilis, in illis maxime apparituram.

CAPUT IX.

De aberrationibus Stellarum in Aſcenſionem obſervandis, atque ad annuæ parallaxeos leges expendendis.

PAullò operoſior eſt earum aberrationum contemplatio, quæ ſecundum aſcenſiones inerrantibus Stellis contingunt, cum ſcilicet eandem aſcenſionem rectam, ſive arcum diſtantiæ à coluris, minimè ſervant, ſed nonnihil ad ortum, vel ad occaſum evagantur, id quod nemini Aſtronomorum certò animadverſum mihi conſtat, ante celeberrimum Maraldum, qui collatis Sirii, atque Arcturi temporibus, quibus Meridianum pertranſeunt, aliam aliis anni diebus inter ea tempora differentiam invenit, deque eo literis ſuis me admonuit anno 1707; neque in his tantumodo Stellis, ſed in aliis præterea, ejuſmodi excurſiones ab ſe deprehenſas ſignificavit, quæ res me quoque impulit, ut & in Marſiliana Specula cum Stancario, & in hoc publico Scientiarum Inſtituti Obſervatorio cum Sociis, eandem indaginem aggrederer. Nuper etiam ab egregio Aſtronomo Iſlæo Juniore accepi Olaum Roemerum ſimile quiddam, dum viveret, in Sirio, ac Lyra adnotaſſe; neque dubito quin eò ſpectarent obſervationes Viri Summi Franciſi Blanchini de Lyra, & Capella Romæ habitæ, quarum Stellarum & tempora & altitudines diu multumque ingentibus, iiſque immotis teleſcopiis eſt proſecutus.

154. Præcipua autem, quæ hic occurrit difficultas in eo poſita eſt, ut aberrationis illius, quam Stella ſubit, juſta quantitas e ſingulis obſervationibus taxari, ac definiri certò poſſit; niſi enim hoc fiat, nuſquam explorare licebit an aberratio ipſa parallaxeon aſcenſionalium leges, à nobis traditas ſequatur. Aſcenſionem vero Stellæ non aliter metiri poſſumus, quàm comparatione ejus cum Sole, aut Stella alia, modò Solis, aut hujuſce Stellæ ipſius aſcenſio vel conſtans ſit, vel certam quandam, ac nobis perſpectam variationis menſuram ſervet; quorum neutrum contingit. Solis enim aſcenſio in dies alia, atque alia eſt, nec porro ejus menſuram ad tempus quodlibet ſat certò prænoſcere licet, quòd nondum Solis motus ad ſecunda uſque ſcrupula exploratos habeamus, quin interdum de uno, aut altero ſcrupulo primo ambigamus; neque demum in hac tantæ ſubtilitatis indagine periculo vacaret ipſam Solarem aſcenſionem ex meridianis altitudinibus dietim exquirere, cum propter Inſtrumentorum errores, tum propter Aſtronomici computi elementa, necdum accuratiſſime conſtituta. Stellarum verò fixarum aſcenſiones conſtantes equidem eſſe, aut certè nota quadam menſura propter æquinoctiorum præceſſionem, quotannis auge-

augeri, hactenùs communiter creditum. Verùm ſi denique Stellarum duarum tempora quibus meridianum aliumve horarium circulum attingunt, intervallo minimè conſtanti inter ſe ſe differre, obſervationibus ipſis edocti, agnoſcamus, fateri cogimur ambiguum eſſe judicium, utri Stellarum, illine, cujus aberrationes quærimus, anne alteri, cum qua hanc ipſam comparamus, aut forte utrique, error ſit tribuendus.

155. In hac dubietate nihil mihi ſatius occurrit, quàm ſi duas, pluresve ex innerrantibus Stellis ſeligamus, quarum intervalla adventus ad meridianum plurimis obſervationibus, iiſque exquiſitis, ac per diverſa anni tempora habitis, perpetuò eadem, inveniantur; quod in tanto Stellarum numero multis earum contingere non dubito, atque ad haſce ipſas, vel ad unam aliquam earum, Stellæ illius tempora referamus, cujus aberrationem inveſtigare, ac menſuris præfinire ſuſcepimus. Mihi quidem oculi Auſtralis Tauri, & cordis Scorpij tranſitus meridianos ſæpius captanti nunquam accidit, ut ullam in eorum temporum intervallo majorem diverſitatem adverterem, quàm quæ obſervationum incertitudini tribui poſſit: ſed hoc ipſum diligentiùs explorandum foret, non enim ſat obſervationum habeo, quo certiſſimè id confirmem, neque eas Stellas duas per ſingula anni tempora inter ſeſe conferre licet, quòd ſæpé altera earum apparente, altera ſub radiis Solaribus deliteſcat.

156. Poſtquam ergo Stellam elegimus, cui nullam aſcenſionis aberrationem accidere vel probabili conjectura novimus, vel (quæ reliqua ratio eſt) hypoteſeos loco ſumimus, ex ea, tanquam e certo quodam initio Stellæ alterius, in quam inquirimus, aſcenſiones numerandæ ſunt, atque omnis harum varietas ſubinde obſervationibus inveſtiganda. Obſervationes vero ejus generis commodiſſimè in ipſo meridiano habebuntur (quemadmodum cum declinationibus fieri diximus) inſtrumento teleſcopico ad parietem obfirmato, ſi nempe utriuſque Stellæ tranſitus per inſtrumenti planum dietim ex horologio oſcillatorio notentur, Horologium vero, & æquabiliſſime incedere oportet, & revolutiones ejus ad diei ſolaris mediæ menſuram quàm frequenter exigi, quod ex eorum ipſorum, aliorumve ſiderum, diurnis revolutionibus obtineri poſſe notum eſt. Tempus ergo horologii, inter utriuſque Stellæ tranſitus elapſum, in tempus medium convertendum eſt, ut quotidie Stellæ aſcenſio temporaria ex certo illo initio numerata deducatur; atque harum aſcenſionum diſcrimina, ſi quæ fuerint, quæſitas aberrationes oſtendent.

157 Notandum autem nihil in hoc negotio turbare, ſi forte murale inſtrumentum, quo utimur, cum ipſo meridiano adamuſſim non congruat. Non enim id agitur, ut veræ aſcenſiones Stellæ, ſed ut aſcenſionum ipſarum diverſitates ſingulis obſervationibus perquirantur, id quod minimè exquiſitam quandam inſtrumenti ſtructuram, aut collocationem, ſed tantum firmum, atque immutabilem ejus poſitum requirit. Quin etiam eadem omnia præſtare licet, ac ni fallor accuratius, Teleſcopiis duobus immobilibus, utcumque in Cœlum intentis,

quæ ſingula Stellarum ſingularum parallelum ſpectent, ac utrumque filo tenui, juxta horarium circulum compoſito, interius ſit inſtructum, ad quæ fila ſiderum appulſus notentur; perpetuò enim mutationes ejus temporis, quod inter utrumque appulſum labitur, Stellæ aberrationes oſtendent, atque hoc pacto conſequi etiam licebit uti ab horologij inæqualitate minùs metuendum ſit; ſi nempe ita teleſcopia dirigantur, ut quàm minimum temporis intervallum, ut puta unius, vel alterius ſcrupuli primi, inter utrumque illum appulſum intercedat, quæcumque ſit Stellarum ſecundùm aſcenſiones diſtantia.

158. Quemadmodum autem ob punctorum Æquinoctialium regreſſum, neceſſe fuit nobis Aſtrorum evagationes ſecundum declinationem, obſervando inventas, corrigere, quò juſta demum earum quantitas innoteſceret; ita ut cum aſcenſionibus idem præſtemus eadem poſtulat cauſſa. Quamquam verò correctio hæc ut plurimum eſt exigua, ac quæ fere tutò negligi queat, interdum tamen adeo inſignis eſſe poteſt, ut ſi omittatur, univerſam hanc inveſtigationem maximè turbet. Correctionis porrò ipſius ſpecies, ac menſura ex annuis variationibus Stellæ utriuſque, ſecundum aſcenſiones, deducenda eſt (quæ ipſæ variationes in catalogis fixarum ad annos aliquot notari ſolent) atque ubi inventa fuerit, in tempus medium convertenda, deinde obſervationum numeris ritè adhibenda. Ubi notandum, etſi plurimarum Stellarum aſcenſiones ex æquinoctiorum præceſſione perpetuo augentur, nonnullas tamen eſſe Stellas, quibus contra minuantur, nempe eas omnes, quæ intra ambitum curvæ PKL, articulo 127 deſcriptæ verſantur, atque in iis ipſis obtuſus eſt angulus, qui à circulis declinationis ac latitudinis continetur ex ea parte ex qua arcui diſtantiæ polorum Eclipticæ & Æquatoris ſubtenditur. Sed univerſam hujuſce correctionis rationem, quæ ob caſuum varietatem interdum nonnihil perplexa eſt, haud morabor; arbitror enim illis qui ſedulò rem perpenderint facile liquere poſſe quantum in ſingulis caſibus æquinoctiorum præceſſioni, quantum Stellæ ipſius aberrationi ſit adſcribendum. *Fig. 36.*

159. Poſtquam aſcenſionum aberrationes ex obſervationibus ipſis definivimus, dicendum eſt qua denique ratione conſtare poſſit an eas plagas, eaſque inter ſe ſe proportiones ſervent, quas annuæ parallaxeos leges requirunt, in quo nonnihil nobis negotii faceſſunt Stellæ, quæ propè æquatoris polos verſantur, ſi videlicet intra gradus ſex, haud amplius, ab alterutro eorum polorum diſtiterint, de quibus propterea Stellis ſeorſim agemus, nunc de reliquis, à polo remotioribus dicemus, de quibus facilior eſt hæc inquiſitio, neque ab ea valde diverſa, qua cum parallaxibus declinationum uſi ſumus.

160. Deſcripta enim, quemadmodum ibi oſtendimus, ellypſi Stellæ RMOm, ac ducta ejus diametro UX, quæ diameter declinationis circulo congruit, ac literis ſingulis R, M, O, m, V, X debito poſitu notatis, agatur per centrum ellypſeos F recta Qq, diametro VX normalis. Deinde ad ſingularum obſervationum tempora quærantur, ea methodo, quam ibidem tradidimus, apparentia Stellæ loca T, t, *Fig. 49.*

atque

atque ex his ſingulis in rectam Qq (ſi ſit opus productam) perpendicula demittantur TI, ti; ita portiones Ii, ii (quarum ſingularum menſuram vel ex datis punctis T, t anguloque OFX, ac ſpecie ellypſeos, computo inveſtigare licet, vel circino ipſo ſtatim invenire) aberrationum aſcenſionalium, quæ ex annua parallaxi pendent, plagam, atque etiam ad ſenſum earum proportionem demonſtrabunt, veluti ex articulo 120 colligitur, quo pacto apparebit conveniat ne obſervationibus cum hypoteſi an ſecus. Ubi cavendum ne plaga nos fallat in iis Stellis, in quibus angulus ille circulorum declinationis, ac latitudinis, de quo ſæpe diximus, obtuſus fuerit; tunc enim ſemiellypſeon duarum, quas diameter VX diſtinguit, occidua ſecundum aſcenſiones illa eſt, in qua punctum M reperitur, ortiva in qua m, licet ſecundum longitudines, perpetuò punctum M ad orientalem, m ad occidentalem plagam pertineat. Sed quæ hactenns diximus unico exemplo declarabimus.

161. Exemplum. Maraldi obſervationum de Sirio, atque Arcturo in Regio Pariſienſi Obſervatorio habitarum, quas anno 1707 ad me miſit, hi ſunt numeri.

In Obſervatorio Regio Pariſienſi.

Differentiæ aſcenſionum rectarum a Sirio ad Arcturum in temporibus mediis.

		h.	′	″
1704	Maii 23, 25, 26. Julii 3. 11	7	28	53
	Julii 27. Augusti 12	7	28	55
	Octobris 13	7	28	49
	Octobris 17. 18. 20	7	28	48
	Decembris 22	7	28	50
	Decembris 30	7	28	48
1705	Februarii 1	7	28	47
	April. 30. Maii 8	7	28	53
	Maii 26. Junii 1. Julii 6, 13. Auguſti 13	7	28	54
	Septembris 15. 17. Octobris 1	7	28	51

Hiſce obſervationibus nonnullas addam ſelectas in plurimis, quæ in Obſervatorio Bononienſi nuper ſunt habitæ; ſtudium operamque ſuam mecum præſtantibus doctiſſimis Viris Jacobo Parma Bononienſi, Joſepho Bolſio Marcheſio Parmenſi, Franciſco Vandellio Mutinenſi, Franciſco Guadagnio Brixienſi; nec non Franciſco Algarotto Veneto, Euſtachio Zanotto Bononienſi, præclaræ ſpei adoleſcentibus.

In Obſervatorio Bononienſis Scientiarum Inſtituti.

Differentiæ temporis medii a Sirio ad Arcturum ex utriuſque tranſitu per planum ſemicirculi muralis, meridiano quàm proximi.

		h.	'	"
1727	Maii 3. 13. 15	7	28	55
	Junii 4. 5	7	28	57
	Junii 26. 29	7	28	58
	Julii 5. 8. 11. 15	7	28	57
	Julii 17	7	28	58
	Julii 20. 24. 27. 31	7	28	57
	Auguſti 3	7	28	56
	Auguſti 22	7	28	55
	Septembris 6. 19	7	28	54
	Octobris 22	7	28	53
1728	Februarii 6	7	28	50
	Martii 28	7	28	49
	Maii 17	7	28	57
	Junii 24	7	28	57
	Julii 7	7	28	57
	Julii 18	7	28	58
	Novembris 29	7	28	51
	Decembris 20. 21	7	28	53

Numeris hiſce omnibus obſervationum Bononienſium correctiunculam conſtantem adhibendam eſſe ſuſpicor, ut fiant ipſæ differentiæ tranſituum meridianorum, ſive aſcenſionum rectarum, ob diſcrimen temporis, quo murale inſtrumentum à meridiano declinat in utriuſque Stellæ altitudine; Sed de eo nondum ſatis liquet, niſi perexiguum quiddam eſſe, ac fortè nullius momenti. Neque verò, qualecumque id eſt, obſervationum uſum quicquam turbare poteſt, ut ſupra declaravimus (*art.* 157.)

162. Apparet autem ex utraque obſervationum ſerie temporis differentiam inter haſce Stellas Menſe Julio maximam eſſe, quæ per annum occurat. Auguſto pauxillum quiddam minui; jam vero Septembri 3 vel 4 ſecundis decreviſſe; Octobri adhuc minui ſec. 1, vel 2; Februario, aut Martio ſequenti etiam ſec. 2 circiter decreſcere, denique Majo rurſum augeri, ac Julio eandem reſtitui, quæ initio obſervata fuerat; nam unius interdum, vel alterius ſecundi diſcrimen obſervationum difficultatibus dandum eſt. Ulterior earum ſerierum collatio inſtitui vix poteſt, quòd anni tempora non conveniant; ſed hoc ſatis eſſe arbitror ad oſtendendum aliquam eſſe, eamque annuam, harum Stellarum inter ſeſe evagationem.

163. Etſi verò dubium eſt utri hæc ipſa evagatio, Sirio an Arcturo, an forte utrique tribuenda ſit, attamen, ut methodi noſtræ uſum declarationis

cla-

claremus eam omnem Sirio propriam eſſe interim cogitabimus, præſertim cum in hac ipſa Stella declinationum obſervationes ſuperiùs traditæ, id ſuſpicari ſuadeant. Tres autem haſce quæ ſequntur obſervationes, e Bononienſium ſerie expendemus.

1727	Julii 17	7	28	58
	Auguſti 22	7	28	55
	Septembris 19	7	28	54

Jam ne quid negligamus, videndum quid in harum Stellarum aſcenſionibus efficiat Æquinoctiorum præceſſio. Incrementum annuum aſcenſionis rectæ Sirii ſecundorum eſt 41, Arcturi 43; differentia ſecundorum 2, qua Stellæ hæ duæ annuo ſpatio ab ſeſe ſecundum aſcenſiones recedunt, ſi à Sirio ad Arcturum ſecundùm ſignorum ſeriem aſcenſionum arcus ſumantur, ut hìc factum. Itaque a Julio ad Septembrem receſſus vix eſt dimidii ſecundi, nempe ſcrupulorum tertiorum temporis 2, ac propterea negligendus. Obiter verò hic notabimus ex illo annuo receſſu Stellarum ſecundorum 2, in annis 23 (quot ex anno 1704 ad 1727 lapſi ſunt) fieri ſecunda circuli 46, quibus ſecunda temporaria conveniunt 3; ac tantumdem ferè obſervationum noſtrarum numeri traditos à Viro ſummo numeros ut plurimùm ſuperant, ſi illi conferantur, qui ad eadem anni tempora pertinent, qui conſenſus utrarumque obſervationum fidem comprobat.

Quoniam ergo Æquinoctiorum præceſſio nihil hic corrigi poſtulat, ipſæ differentiæ temporum, quæ in ſeriem retulimus, erunt aberrationes temporariæ Sirii. A prima ergo ad ſecundam obſervationem aberratio eſt ſec. 3, quibus Sirius ad Arcturum acceſſit, nempe ad ortum; a prima ad tertiam ſec. 4, etiam ad ortum.

Deſcribatur ellyptica ſemita Sirii MRmO, cujus dimenſiones ſupra tradidimus; nempe MF ad RF ut 100 ad 63; angulus vero VFR, circuli declinationis VFX cum circulo latitudinis RFO, graduum 4.9 in occaſum ex parte ſuperiori FV. *Fig. 50.*

In obſervatione prima diei 17 Julii 1727 longitudo Solis ♋ 24, à qua ſubducta Stellæ longitudine ♋ 10 fit diſtantia à conjunctione gr. 14; a media elongatione grad. 76, locus Stellæ apparens T in primo quadrante ellypſeos RM, diſtantia reducta MFT à media elongatione M grad. 68. 24.

In ſecunda Auguſti 22 longitudo Solis ♌ 29; unde diſtantia à conjunctione grad. 49, à media longitudine grad. 41, locus Stellæ t adhuc in primo quadrante RM, angulus diſtantiæ reductæ MFt grad. 28. 42.

In poſtrema Septembris 19 locus Solis ♍ 26, hinc diſtantia à conjunctione grad. 76, à media elongatione grad. 14, locus Stellæ H hic quoque in primo quadrante RM, diſtantia reducta MFH grad. 8. 56.

Ducta diametro Qq normali ad VX, atque in eam demiſſis perpendiculis TI, ti, Hp, rectæ Ii, Ip rationem aberrationum aſcenſionalium oſtendent, ex annua parallaxi; quæ ſane ab obſervationibus minimè diſſident. A prima enim obſervatione ad ſecundam aberratio fuit ſec. 3. ad ortum à prima ad tertiam ſec. 4 etiam ad ortum unde proportio

illius

illius aberrationis ad hanc fuit ut 3 ad 4, quæ ipſa proxime invenitur in figura proportio linearum Ii, Ip, conſentiente etiam aberrationis plaga, quando harum linearum utraque ex puncto I ortum versùs extenditur.

164. Cæterum ſciendum eſt tres obſervationes illas ex omnibus conſultò à me in hocce exemplo electas, quòd perviderem eas à parallaxeos rationibus non abhorrere, eoque indigerem ad ea quæ ſequuntur explananda. Quod ſi cui obſervationes reliquas, ſive Maraldianas, ſive noſtras ad examen revocare lubeat, incredibilia in ipſis cum parallaxibus diſſidia inveniet, in tantum quidem, ut iis temporibus minimus Sirii ab Arcturo receſſus appareat, quibus parallaxes maximum fere poſtulant, eorumque diſtantiam aſcenſionalem vix quicquam mutari, ubi celerrimè minui debeat; ut manifeſtum ſit harum Stellarum intet ſeſe evagationem, ſi tota Sirio tribuatur, ex Telluris motu minime peti poſſe, licet ejus in declinationem aberrationes à Caſſino obſervatæ, ac præcedenti capite expenſæ, huic hypoteſi favere viderentur. Sed illud quoque fruſtra tentavi an meliùs cum parallaxibus conſonet, ſi aſcenſionum evagatio tota Arcturo adſcribatur, vel ſi partim illi, partim huic Stellæ propria fingatur; quapropter alia quæpiam hujuſce phænomeni Aſtronomis inveſtiganda videtur cauſſa.

165. Sed ad rem ipſam ut revertar, quoties ejuſmodi obſervationes parallaxeon legibus congrueret appareat, manifeſtum eſt (*art.* 120) rectas FI, Fi, Fp eam inter ſe rationem habituras, quæ eſt ipſarum parallaxeon aſcenſionalium ad ſingula obſervationum tempora. Propterea inveſtigare licebit maximam Stellæ parallaxim abſolutam, vel ope articuli 119, vel faciliùs circino in ipſa figura; ſi nempe ſcrupula temporaria, quæ rectæ Ii, vel Ip reſpondent in partes circuli convertantur, quæ ipſæ partes, quandoquidem in parallelo Stellæ Qq ſumuutur, in ſcrupula circuli maximi redigendæ erunt, hac analogia: ut radius ad ſinum diſtantiæ Stellæ à polo Æquatoris, ita partes inventæ paralleli Stellæ, recte Ip reſpondentes, ad ſcrupula circuli maximi, quæ in eadem recta continentur. Tum vero ut numerus partium Ip ex eo modulo deſumptus, ex quo ſemiaxis FM partium eſt 100, ad ipſum ſemiaxem 100, ita hæc ſcrupula poſtremò reperta ad ſcrupula maximæ parallaxeos abſolutæ.

Ut in hoc exemplo quoniam differentia temporis medii à prima obſervatione T ad poſtremam H rectæ I p reſpondens, erat ſecundorum 4, quibus debentur circuli maximi ſec. 60, erit arcus paralleli I p ſec. 60. Ut ergo radius 100 ad 96 ſinum diſtantiæ Sirii à polo Æquatoris, ſive complementi ejus declinationis, quod complementum graduum eſt 73. 41, ità 60 ad 58 ſcrupula circuli maximi, quæ rectæ I p æquantur. Quoniam vero hæc eadem recta in figura reperitur circino partium 73 proximè, qualium MF 100, ac partibus illis 73 ſecunda ſcrupula 58 maximi ſphæræ circuli congruere invenimus, congruent utique ipſi MF ſcrupula ſecunda 79. Atque hæc foret maxima Sirii parallaxis abſolu-

ſoluta, cum qua ejus quoque à Sole diſtantiam inquirere liceret, niſi obſervationes aliæ omnes ſuperiùs recenſitæ liquido evincerent hujuſce ſideris aberrationes aſcenſionales nihil cum annua parallaxi commune habere.

166. Jam verò ad perſcrutanda tempora maximarum parallaxeon aſcenſionalium, atque ea inſuper, quibus ipſæ evaneſcunt, ac nullæ ſunt, ſi modo Stellæ ultra gradus ſex ab alterutro Æquatoris polo diſtent, non valde diſſimilis eſſe poteſt ratio atque de declinationibus, quemadmodum ex articulo 124 colligitur. Propterea praxim hanc exemplo tantum declarabimus, ut ſi quis hac methodo Stellarum parallaxes tentare cupiat, opportuniſſima huic rei tempora captare poſſit. Exemplum verò iterum in Arcturi Stella proponemus.

Deſcripta enim hujuſce Stellæ ellypſi MOmR, cujus ſemiaxis minor FO (quemadmodùm ſupra invenimus) partium eſt 51, qualium major MF 100, ac diameter declinationis VX ad OR inclinatur angulo OFX graduum 23. 56 ex parte ſuperiori occaſum versùs, ducatur diametro VX conjugata T t in hujuſce enim extremis T, t maxima erit Stellæ parallaxis aſcenſionalis; in T quidem ad ortum, in t ad occaſum; at verò in extremis ipſis X, V diametri VX erit nulla ut ex articulo 123 intelligitur. *Fig.* 51.

Quoniam ergo angulus OFX graduum eſt 23. 56, ac propterea XFM gr. 66. 4, ſi fiat (*art.* 106) ut OF, ad FM, nempe ut 51 ad 100, ita tangens grad. 66. 4. ad quartum numerum, habebitur tangens diſtantiæ telluris ab elongatione media m, quo tempore Stella apparitura eſt in X, grad. 77. 15. Ex longitudine autem ejus ♎ 20, manifeſtum eſt punctum m reſpondere gradui 20 ♋; quapropter, ſubductis ex hac longitudine grad. 77, reliqui fiunt gr. 3 ♉ pro longitudine Solis, qua die Stella in X verſabitur abſque ulla parallaxi aſcenſionali. Quæ ipſa longitudo faciliùs adhuc inveniri potuiſſet, quærendo punctum Eclipticæ, cujus aſcenſio recta ab aſcenſione recta Arcturi (graduum 210) ſemicirculo diſtet (quando punctum X oppoſitionem aſcenſionalem denotat) nempe cui aſcenſio ſit grad. 30, hæc enim in ipſum grad. 3 ♉ convenire inventa foret. Percurrit Sol hunc gradum die 24 Aprilis Gregoriani; propterea die hac, ut & 27. Octobris, qua oppoſitam longitudinem tenet ♏ 3, nulla erit Arcturi parallaxis aſcenſionalis.

Porro in punctis T, t Sol ab ea longitudine (*art.* 121) quadrante Eclipticæ diſtabit, atque adeo apparebit Arcturus in T, ubi maximè in ortum evagatur, percurrente Sole grad. 3 ♒, ſcilicet die 23 Januarii, in t vero Sole poſito in grad. 3 ♌ nempe die 26 Julii, quando maxima erit Stellæ aberratio in occaſum; atque etiam aliquot diebus ante, ac poſt hoſce terminos T, t, in iis enim punctis cum rectæ curvam tangentes TI, t i diametro VX æquidiſtent, Stellæ aſcenſio quam minimùm immutatur, atque Ellyptica ejus ſemita diametro Qq, ad VX normali (in qua diametro evagationum aſcenſionalium menſuræ definiuntur) ferè perpendicularis eſt.

167. Si ergo Stella parallaxeon legibus obſecundet, maximam reperiri oportet ejus aſcenſionem circiter tempus illud quo punctum ſemitæ ſuæ T percurrere apparet, ac minimam, quo punctum t; differentiæ vero inter maximam, & minimam dimidium erit ad ſenſum (*art.* 125) ipſa parallaxis maxima aſcenſionalis, quæ ſi maximæ aſcenſioni dematur, vel minimæ adiiciatur, dabit veram Stellæ aſcenſionem, nulli parallaxi obnoxiam, qualem obſervatione deprehendi neceſſe eſt, quibus diebus in puncto V, vel X verſabitur.

168. Ubi notandum, ſi nihil aliud quàm maximæ hujus parallaxeos quantitas quæratur ex aſſumpta hypoteſi Stellas revera annuæ parallaxi, neque ulli præterea aberrationi, eſſe obnoxias, commodiſſimè id obtineri poſſe collatione ejus cum Stella alia, ita ad ipſam comparata, ut quibus temporibus, Stellæ ejus in quam inquirimus, parallaxes futuras maximas novimus, alterius, cum qua ipſa confertur, nullas eſſe conſtet; hoc pacto nihil ambigendum erit utri Stellarum aberratio illa, quæ obſervando invenietur, adſcribenda ſit, quando certum eſt ex hypoteſi alteri earum nullam iis temporibus obtingere poſſe, alteri maximam debere: Facilè eſt autem ſidera, hac qua dixi ratione inter ſe ſe comparata invenire; ſi nempe quæratur punctum Eclipticæ eandem cum data Stella aſcenſionem habens, ac deinde aſcenſiones inveniantur punctorum duorum Eclipticæ, quæ ab eo puncto quadrante diſtent. Harum aſcenſionum utravis ea erit, quam habere oportet Stellam, quæ eligenda eſt, ut cum data conferatur.

Ut quia Arcturi aſcenſio eſt grad. 210, cui in Ecliptica reſpondet grad. 3 ♏, quærenda erit aſcenſio grad. 3. ♒, quæ reperietur grad. 305, ac 3 ♌ quæ graduum eſt 125, hi enim Eclipticæ gradus à gradu 3 ♏ quadrante diſtant; omnes ergo Stellæ quarum aſcenſiones rectæ ſunt grad. 305, vel grad. 125 idoneæ ſunt ut cum Arcturo conferantur, ad inveſtigandam ſcilicet hac methodo Arcturi parallaxim aſcenſionalem (iis enim continget ut nulla ſit quibus anni diebus Arcturo maxima erit) modò ſatis lucidæ ſint, ut anni tempeſtate utraque, qua Arcturus maximis parallaxibus aſſicitur, earum tranſitus per meridianum notari poſſint, ac cum Arcturi ipſius tranſitu conferri, qui toto anno, vel in ipſa conjunctione aſcenſionali eſt conſpicuus.

169. Cum autem binis omnibus Stellis, quæ inter ſe ſe juxta aſcenſiones opponuntur, neceſſariò accidat, ut iiſdem anni temporibus ex parallaxi in diverſum aberrent, utile id eſſe poteſt ad explorandum, quæ præſertim Stellæ ejus generis errores ſubeant; hoc enim pacto manifeſtior fiet erroris quantitas, quippe-quæ duplæ maximarum parallaxeon ſummæ æqualis erit, ſi modo anni tempora captentur, quibus utrique eſt maxima. Tentare hoc licet cum corde Scorpii, atque oculo Auſtrali Tauri, quarum illam circa exitum Februarii maximè ad ortum evagari, hanc verò maximè ad occaſum, parallaxes poſtulant, contrà ad exitum Auguſti utramque in oppoſitum abire. Cum Sirio etiam ac Lyra experiri opportuniſſimum arbitror (quod Roeme-

merum præſtitiſſe audio, mihi vero nondum ſucceſſit) nam & ſecundum aſcenſiones ferè opponuntur, & toto anno in meridiano conſpici poſſunt. Evagatio maxima orientalis Sirii, ac maxima occidentali Lyræ ſub Autumni Æquinoctium, oppoſitæ plagæ aberrationes ſub vernum contingunt juxta parallaxeon leges.

170. Illud etiam ex uſu eſſe poteſt, cum Stellæ duæ inter ſe ſe comparantur, & aliqua earum evagatio aſcenſionalis deprehenditur, ambigitur autem utri earum, an fortè partim huic, partim illi imputanda ſit, ſi ſaltem præſcire liceat quibus temporibus maximam, quibus minimam, quibus mediam quandam aſcenſionum differentiam in iis reperiri, quibus denique augeri hanc, aut minui parallaxeon canones poſtulent. Id autem totum ſubtiliter definire minimè in poteſtare eſt, niſi detur maximarum abſolutarum parallaxeon utriuſque Stellæ proportio, quæ ipſa quæritur; verùm ſi craſſiorem tantùm æſtimationem optemus, non valde errabitur ubi parallaxes maximas inter ſe æquales eſſe fingamus; deinde Stellæ utriuſque (ut puta Sirii, & Arcturi) Ellypſes deſcribamus, quarum primarii axes æquales ſint, earumque diametros VX, XV (quæ diametri declinationum circulis reſpondent) ita ſtatuamus, ut altera alteri æquidiſtet, centra autem ellypſeon F, F in eadem recta ad illas diametros perpendiculari exiſtant, intervallo quolibet inter ſe diſſita, ita quidem, ut ejus Stellæ, quæ orientalitor eſt (ut hìc Arcturi) ellypſis ad dextram partem ſit poſita, quæ pars nobis ortivam plagam repræſentat. *Fig. 52.* Tum verò in utraque ellypſi puncta notemus, in quibus punctis ad ſingulorum menſium initia Stellas ſingulas apparituras eſſe novimus, quæ omnia, ex his quæ hactenùs dicta ſunt, facilè præſtabimus. Tunc ergo ſi puncta duo quævis ad eoſdem menſes pertinentia comparentur, circino applicito, ſtatim apparebit quibus temporibus rectæ lineæ, per ea puncta ductæ, ac diametris VX parallelæ, maximè inter ſe diſtent (quod hìc Menſe Martio contingit) aut minimè (quod Auguſto, aut Septembri) atque ij erunt aſcenſionalium evagationum, a parallaxi pendentium limites.

171. Supereſt ut de Stellis dicam, quæ polo Æquatoris propiores ſunt, cum nempe minus gradibus ſex præterpropter ab eo diſtant, in hiſce enim parallaxes aſcenſionales per rectas lineas, in plano ſchematis ductas, haud ſatis congruè exhiberi articulo 120 monuimus. Ut ergo horum quoque Aſtrorum aberrationes, ſi quas ſubeant, ad canones noſtros expendas, obſerva Stellæ aſcenſionem temporariam (aut veriùs aſcenſionis temporariæ differentiam ab alia Stella, quam nulli aberrationi obnoxiam eſſe conſtet) qua die Sol in eadem, aut in oppoſita aſcenſione cum ipſa verſatur, tunc enim parallaxis aſcenſionalis nulla erit. Deinde iteratis obſervationibus inquire qua die aſcenſio illa, quàm maxime aucta ſit, aut quàm maxime imminuta; ſi enim Stellæ aberratio à parallaxi pendeat mutari eam oportet, ac ſemel toto anno maximam, ſemel minimam fieri, ſemel etiam medio tempore ad priorem menſuram redire juxta eas leges, quas hactenus

ctenus tradidimus; ubi tamen æquinoctiorum præceſſionis ratio habenda erit, quòd Stellarum, præſertim tam prope polos verſantium, temporaria intervalla haud parùm ex eo diverſa fieri interdum poſſint. Aſcenſionis igitur maximum incrementum, aut decrementum hoc pacto elicies, quorum utrumque erit maxima patallaxis aſcenſionalis, altera ſcilicet ex plaga orientali, altera ex occidentali; eaſque parallaxes maximas ut plurimùm nonnihil inæquales fore conſtat (*art.* 125) ſed alterutram obſervationibus inveſtigaſſe ſat erit. Quod ſi diſtantia Stellæ à polo Æquatoris graduum ſaltem duorum fuerit, maximas illas parallaxes iis diebus Stellæ evenire neceſſe eſt (*art.* 124) quibus Sol circa quadraturas earum longitudinum hæret, in quibus longitudinibus conjunctio atque oppoſitio aſcenſionalis contingit. Sin autem Stella propiùs à polo diſtet, dies ipſa maximæ parallaxeos quantum accuratè licet, ex obſervationibus erit definienda.

His peractis ex comparatione longitudinum Stellæ, ac Solis, qua die maxima parallaxis obſervata fuerit, habebitur diſtantia Telluris à conjunctione, ac ſubinde ab elongatione media. Quapropter ſi cogitemus verum Stellæ locum in ſphæra Univerſi eſſe punctum F, locum autem apparentem N in peripheria ellypſeos RMOm, quam Stella deſcribit, ac mediæ illi elongationi reſpondere punctum M, quamquam axium FM, FR menſura adhuc lateat, cum ſaltem (*art.* 32) ex nota Stellæ latitudine data ſit eorum proportio, latere non poterit angulus MFN; erit enim (*art.* 106) ut FM ad FR ita tangens diſtantiæ telluris ab elongatione media ad tangentem anguli MFN. Datur porro angulus OFX, à circulis nempe declinationis VFX, ac latirudinis RFO comprehenſus, atque adeo datur ejus complementum XFM; duorum igitur angulorum XFM, MFN additione, vel ſubductione, angulus XFN conflabitur, qui idem eſt atque LFN, ſi punctum L polum Æquatoris eſſe cogitemus, & arcus circulorum maximorum LF, LN ductos intelligamus. Tunc porrò in triangulo ſphærico LFN, in quo datur hic angulus, nec non FLN (maxima parallaxis aſcenſionalis obſervatione inventa) ac latus FL, diſtantiæ veræ à polo L, reperietur latus FN quæ parallaxis eſt abſoluta Stellæ in puncto N poſitæ; ac demum ex hac, & diſtantia Telluris à conjunctione eruetur maxima abſoluta parallaxis FM (*art.* 21) unde ellypſis non modo ſpecie, ſed jam & magnitudine, ac poſitione dabitur.

Fig. 39.

Ut ergo denique appareat an obſervationes aberrationum aſcenſionalium, aliis anni diebus habitæ cum ellyptica hacce ſemita, ex parallacticis legibus definita, commodè repreſentari poſſint, inveniendus erit ad tempus cujuslibet obſervationis (ut puta exiſtente Stella in T) & angulus LFT, methodo eadem, qua ſupra uſi fuimus, & arcus FT abſolutæ parallaxeos, qui ſanè, data maxima MF, ac diſtantia Telluris à conjunctione (*art.* 23) non ignorabitur. Quibus inventis, cum data præterea ſit diſtantia à polo FL, in triangulo ſphærico TFL parallaxis aſcenſionalis TLF facilè haberi poterit, & cum obſervata comparari.

172. Cæterum qui annuas parallaxes aſcenſionum obſervationibus perveſtigare voluerit commodiſſimè hanc indaginem aggredietur (*art.* 128) cum iis Stellis, quæ in coluro ſolſtitiorum aut non longè ab ipſo verſantur; atque eò commodiùs quò polo Æquatoris propiores fuerint, pro eo enim ac ad polum acceditur, parallaxes aſcenſionales (*art.* 130) majores, atque adeo manifeſtiùs obſervabiles fiunt; modo ut in ea diſtantia momentum temporis, quo Stella meridianum, aut horarium circulum pertranſit, ſatis ſubtiliter diſtingui poſſit. Cum enim quæ propiùs polum voluuntur, eò ſegniùs datum ſpatium percurrant, non tantum ex aucta parallaxi compendii fit, quin obſervationum certitudini tantumdem fere decedat. Cum Stellam polarem obſervarem teleſcopio immoto pedum 4 interdùm ſecundis temporariis octo, aut decem, ut plurimum tribus, vel quatuor, de ejus adventu ad filum, horario circulo congruens, ambigebam. Stella hæc gradibus 2, paullò amplius, à polo diſtat; ubi vero ad colurum Solſtitiorum pervenerit (circiter annum Chriſti 2094) diſtabit min. 27, nempe quadruplo minus. Ambigua ergo tunc erit ejus tranſitus æſtimatio ſecundis temporariis ſaltem 12, vel 16; ſunt enim paralleli polo proximi inter ſe fere ut diſtantiæ ipſæ, tempora vero, quibus æquales parallelorum arcus minimi percurruntur, reciprocè ut ipſi paralleli. Itaque parallaxis ejus maxima aſcenſionalis, vel ſi nulla omnino foret, tamen obſervationum fallacia definiri poſſet ſecundorum temporis 12, vel 16; contrà ſi 12 aut 16 ſecundorum eſſet, nulla reputari; niſi forte præ grandibus Teleſcopiis, iiſque validiſſime obfirmatis, huic incommodo occurri poſſit.

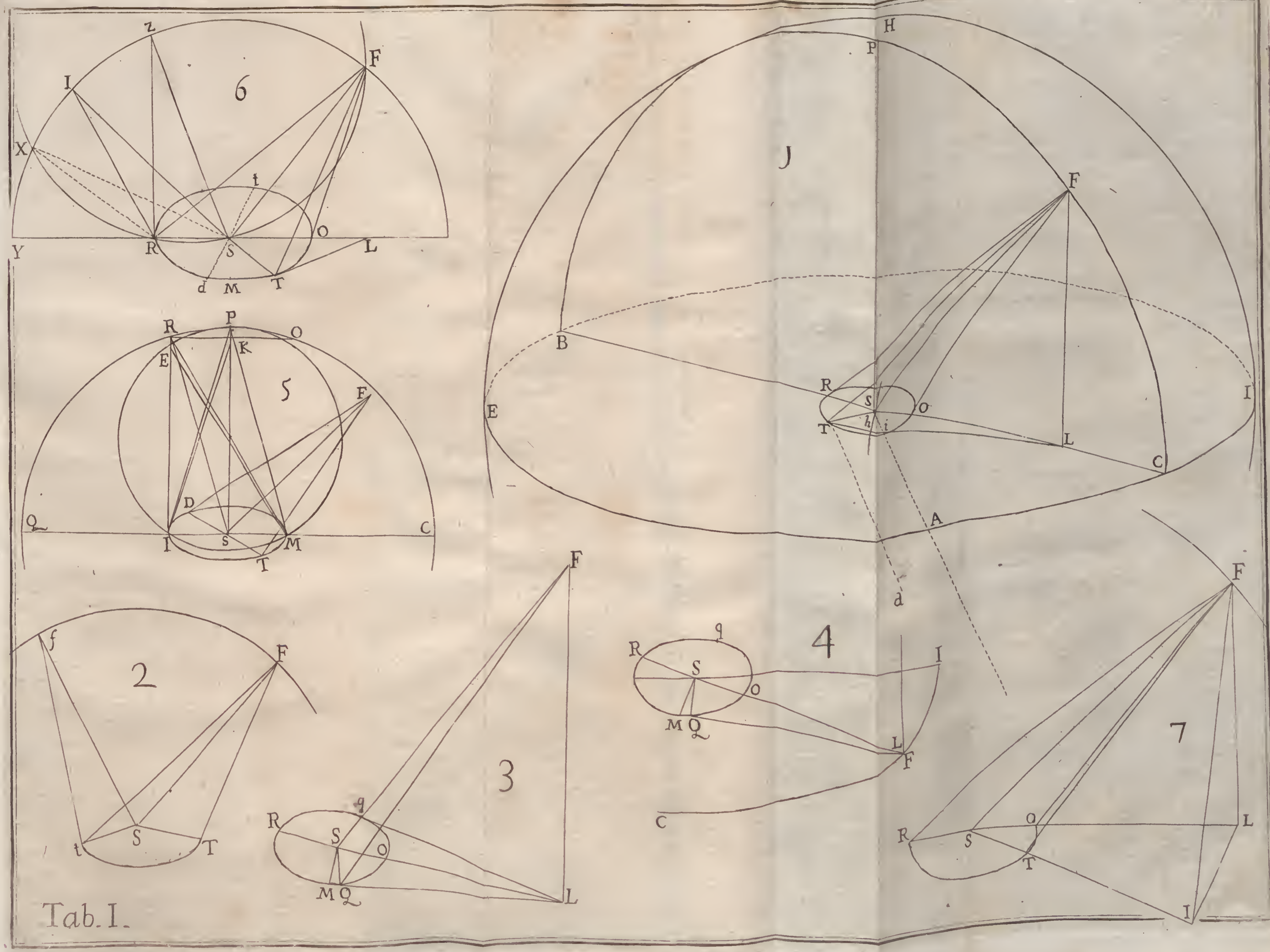
173. Arbitror tamen non inutilem eſſe Stellarum circumpolarium obſervationem ſi nil aliud cum iis quæratur quàm anne omnino aliqua ſit parallaxis, quæ ſenſu percipi poſſit. Si Stellæ polaris abſoluta parallaxis maxima ſit minut. 2, ubi illa ad polum maximè acceſſerit, inveni ſubductis calculis parallaxim maximam aſcenſionalem fore grad. 4. 15 nempe minutorum horariorum 17. Quò minor ponitur abſolutæ illius parallaxeos quantitas, eo minus fit hocce tempus, in eadem fere ratione. Si ergo illa fuerit ſcrup. ſec. circuli ſaltem 5, erit tamen parallaxis aſcenſionalis ſecundorum horariorum 42; quod temporis ſpatium, vel in illo parallelo, manifeſto obſervabile eſſe ex articulo præcedenti liquet. Quod ſi hæc Stella in ipſo Æquatore, atque in ſectione ejus cum coluro ſolſtitiorum verſaretur cum maxima abſoluta parallaxi ſecundorum 5, maxima aſcenſionis evagatio foret & ipſa ſec. 5, nempe tertia pars ſecundi temporarii unius; quod tempuſculum minime evidenter obſervabile cenſeo. Aliquid ergo compendii omninò fit ex poli vicinia; nimirum quod minima ſpatia augere in poteſtate ſit teleſcopii præſidio, minima vero tempora nullo inſtrumento augmentum ſuſcipiant.

174. Stellulam juxta polum in Catalogis Aſtronomorum non deſcriptam indicavit mihi is, quem memoravi, Vir Clariſſimus Joſeph Bolſius Marcheſius, ab ſe primum die 16 Maii 1727 animadverſam teleſco-

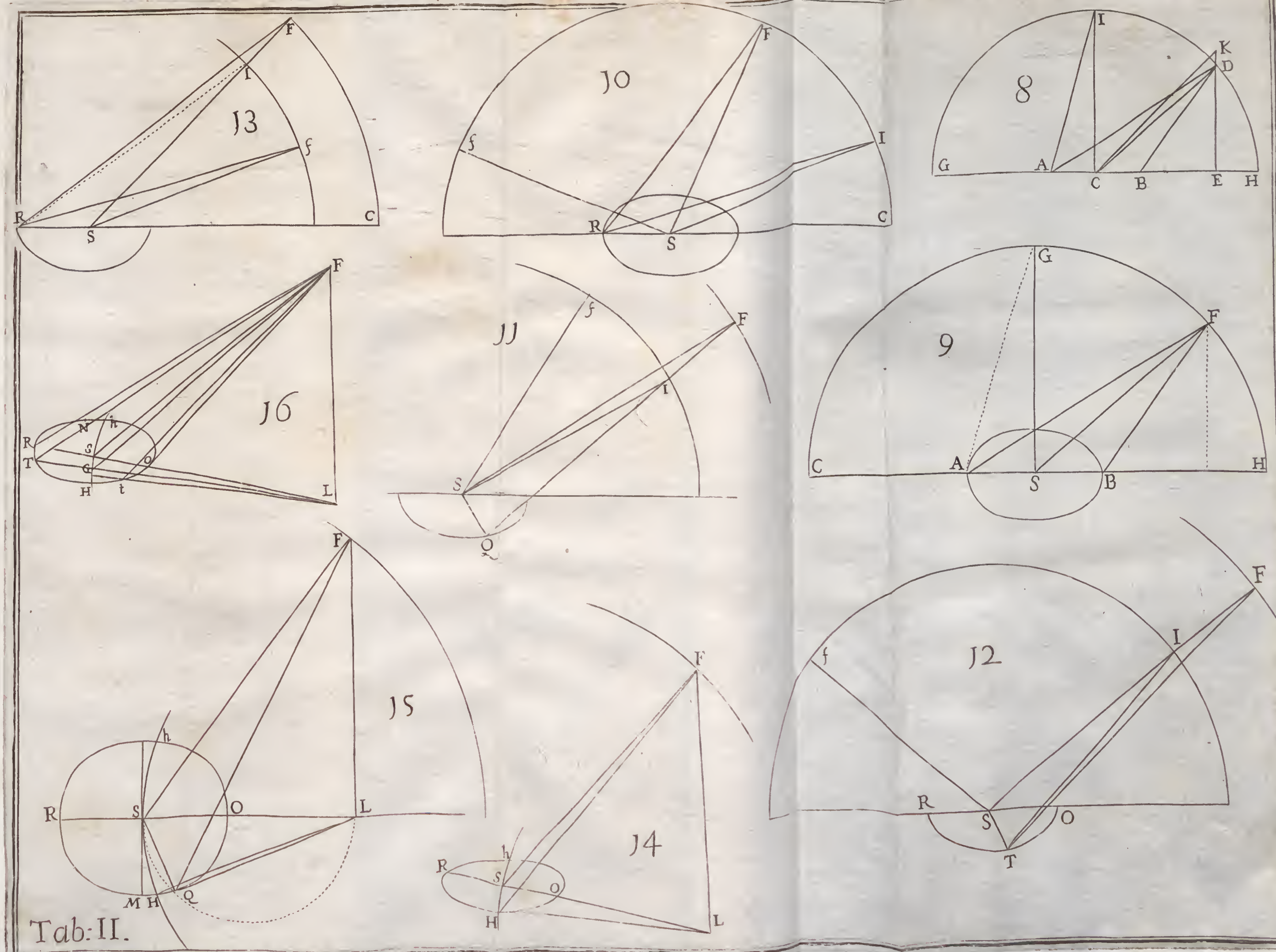
leſcopio pedum 4, quod murali ſemicirculo Bononienſis ſpeculæ aptatum eſt. Perexigua eſt Stella, quæque immiſſo in teleſcopium lumine ad fila illuſtranda tantùm non obliteretur. Diſtantiam ejus à polo definivimus min. 48. 35, aſcenſionem verò rectam grad. 184. 35 præterpropter, unde longitudo ♋ 2. 1. latitudo Bor. gr. 66. 34. Differentiæ temporis ter obſervatæ inter tranſitum ſpicæ ♍, ac Stellulæ per planum ſemicirculi, dum hæc ſuperiorem diurni paralleli partem percurreret, haud amplius inter ſe diſcrepabant ſecundis temporariis 16, atque adeo extremæ à media, quæ tamquam vera ſpectari poteſt, diſſidebant ſecundis 8. Tantillum igitur fallebat nos æſtimatio temporis Stellæ à polo diſſitæ min. 48; id quod eò iterum redit, ut in obſervatione Stellæ dimidio gradu à polo remotæ errari poſſit ſec. 14. Stellulam hanc, ubi colurum ſolſtitiorum attigit, à polo abfuiſſe oportet minutis 3, haud amplius. Si Stella, parallaxim ſuſcipiens aliquam in ipſo polo conſtituatur, ac qua die Soli jungitur unâ cum alia Stella, à polo valde diſſita, meridianum pertranſeat, poſt menſes tres hanc in meridiano ſubſequetur horis ſex; poſt ſex autem menſes horis duodecim, atque adeo ex parte averſa meridiani apparebit; poſt menſes novem ſequetur eam horis 18, anno elapſo, ſolida die; propterea una minus diurnarum converſionum peregerit quàm Stella cum qua confertur, quippequæ perpetuò cum Sole eum circulum tetigerit; niſi quod magnopere hìc turbabit Æquinoctiorum præceſſio, quæ ipſam interim Stellam à polo ſenſim disjunget, ejuſque aſcenſionem, quàm celerrimè mutabit. Non valde diſpar ratio eſt Stellæ, cujus diſtantia à polo minor ſit minima ejus parallaxi abſoluta. Si parallaxis abſoluta, vel unius ſcrupuli ſecundi ponatur, inſignes hæ temporis differentiæ, haud equidem menſuris comprehendi, ſed ſaltem manifeſtò adverti poterunt, modo ut teleſcopio utamur, quo ſenſile fiat ſpatiolum aberrationis ſcrupuli ſecundi unius. Sed & illud in ejuſmodi Stellis polo proximis commodè accidit, ut earum aſcenſiones à Sole ipſo, nedum ab alia Stella, exquirere tuto liceat, quod tanta non ſit ſolarium aſcenſionum incertitudo, ut præ maximis illis parallaxibus error valde inſignis metui debeat.

175. Splendidiorum tamen ſiderum (quæ ſanè in hac indagine præ omnibus eligenda videntur) nullum ævo noſtro eſt aptius, ſi poli propinquitatem ſpectemus, quam ipſa polaris Stella. Quamquam, ut nihil diſſimulem, hæc ipſa eo forte nomine minus idonea cenſenda eſt, quòd tam miras ſubeat declinationis anomalias, quas cum parallaxi annua minimè facere, quin illi apertè repugnare, ſupra oſtendimus. Qua de cauſſa, vel ſi ejus aſcenſionum obſervationes faveant (id quod non aliter quam teleſcopio omninò immobili tendandum arbitror, necdum mihi experiri vacavit) non magnum ex eo parallaxeon hypoteſi momentum acceſſurum putem. Tunc enim denique cum hacce hypoteſi præclarè actum exiſtimaverim, quum eidem alicui Stellæ, & utrumque illud aberrationum genus contingere, & leges hactenus propoſitas ſervare liquidò perſpectum fuerit.

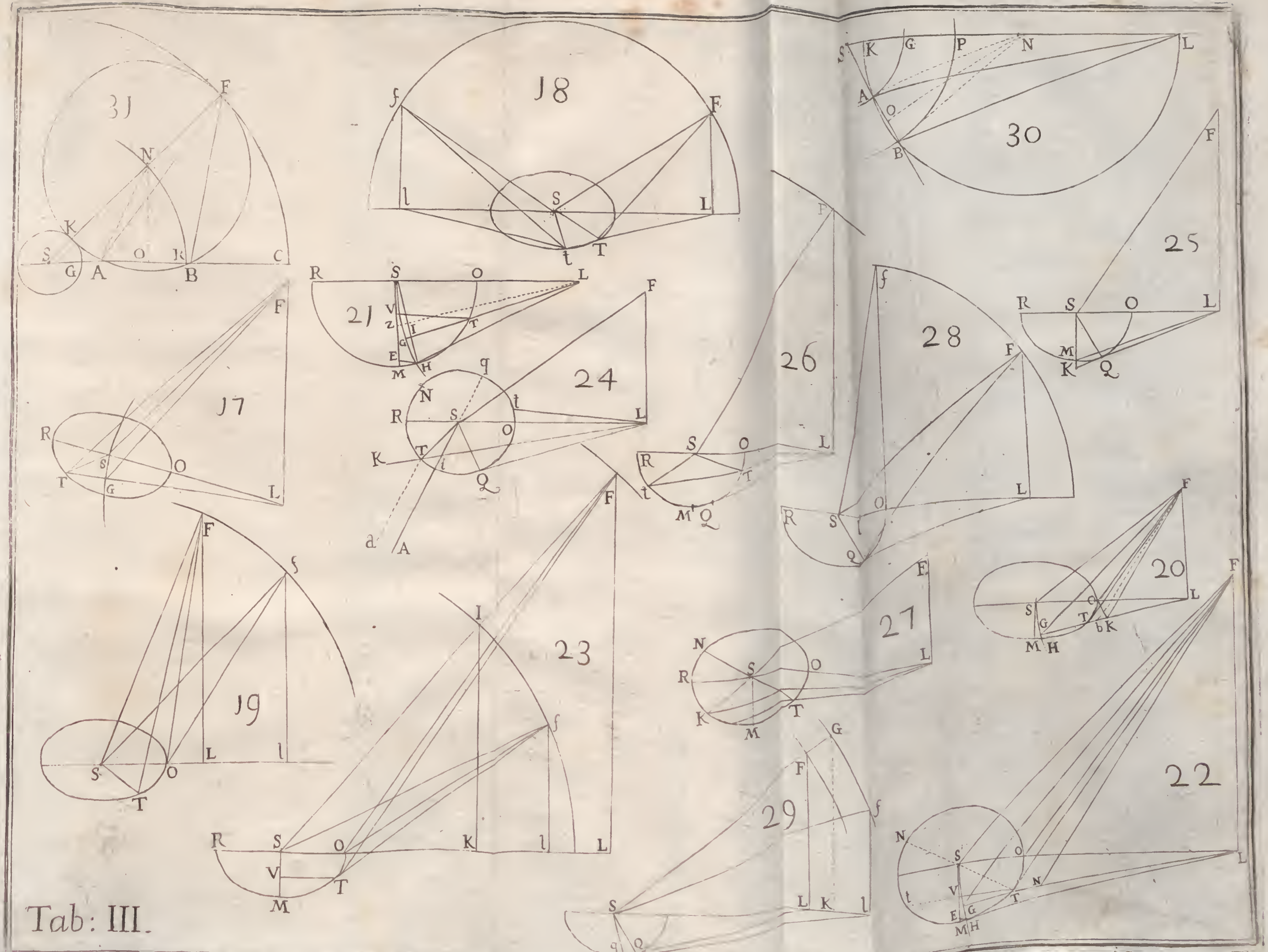
F I N I S.


6
Z F I X t O Y R S L d M T
5
R P O E K F D Q I S M C T
J
H P F B R S O E I T h i L C A d
2
f F t S T
3
F q R S O M Q L
4
q R S O I M Q L F C
7
F O R S T L I

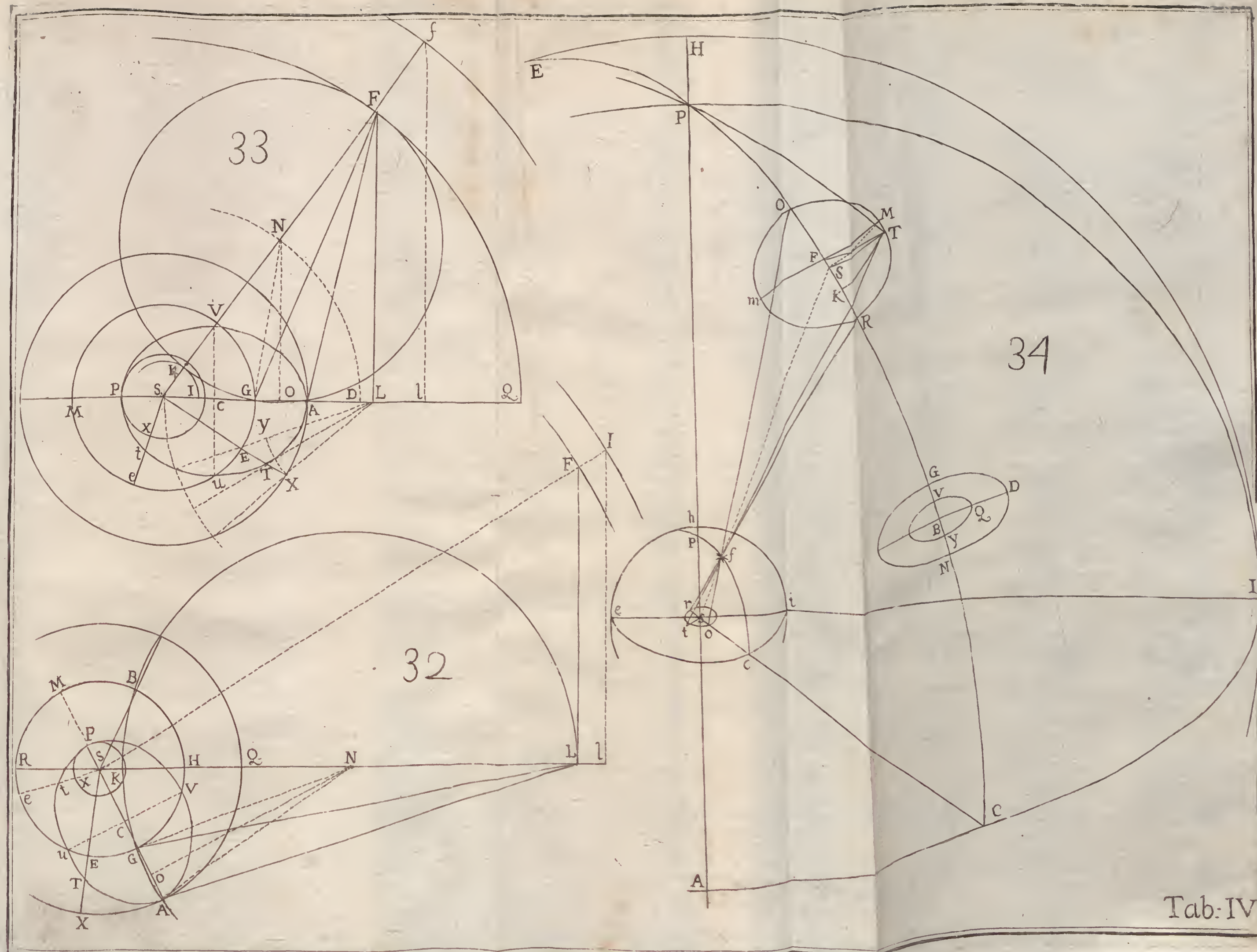
Tab. I.


13
R
S
I
F
f
C
10
f
F
I
R
S
C
8
I
K
D
G
A
C
B
E
H
16
F
R
N
h
s
T
o
H
t
L
11
f
F
I
S
Q
9
G
F
C
A
S
B
H
15
F
h
R
S
O
L
M
H
Q
14
F
R
h
s
o
H
L
12
F
I
f
R
S
O
T

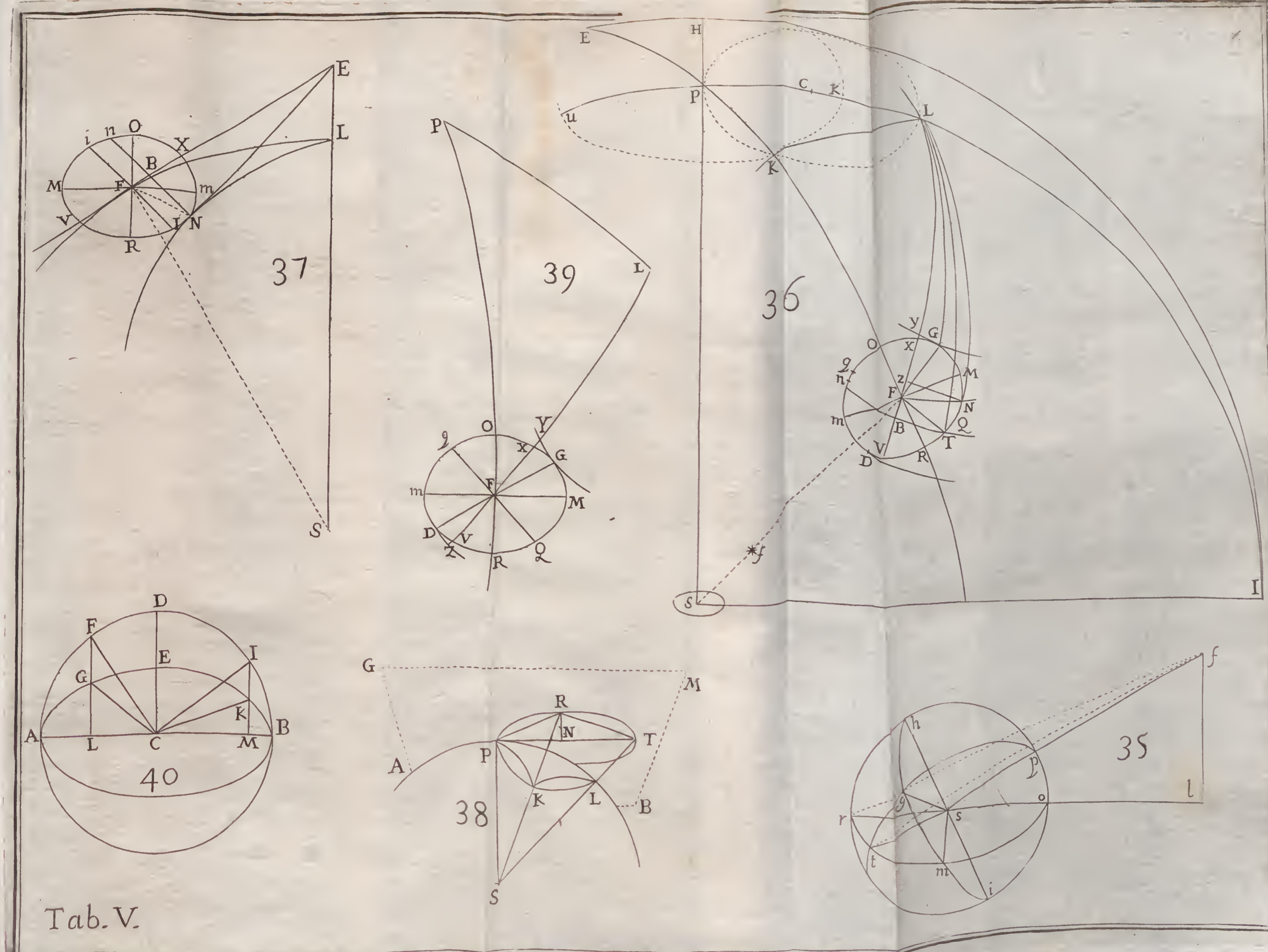
Tab:II.



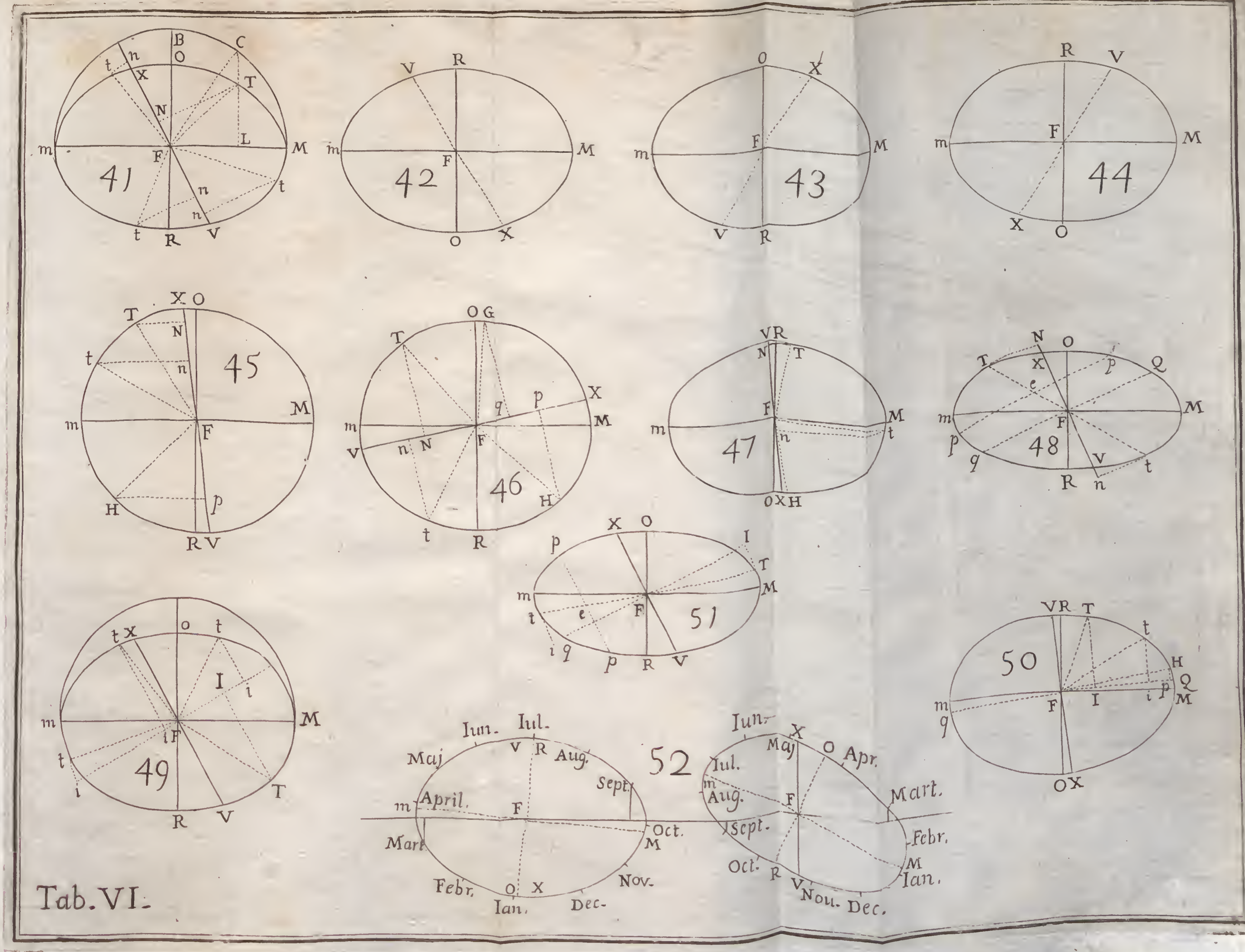
Tab: III.



Tab: IV



Tab. V.


41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
Iun.
Iul.
Maj
Aug.
Sept.
April.
Oct.
Mart.
Febr.
Ian.
Dec.
Nov.
Iun.
Maj
Apr.
Iul.
Mart.
Aug.
Sept.
Febr.
Oct.
Ian.
Nou.
Dec.

Tab. VI.

x s + ps ci

~~J. Petty~~